

PASS : Bases physiques des explorations médicales

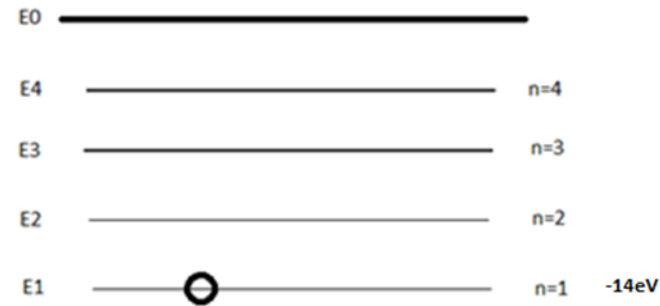
Semestre 1 : Physique
Les ondes électromagnétiques ED 2

Exercice 1

2/24

a) Calculer l'énergie de l'électron quand l'atome est dans son état fondamental et quand il est sur la couche correspondant au nombre quantique principal $n=2$

$$E_n(eV) = -\frac{13,6}{n^2}$$



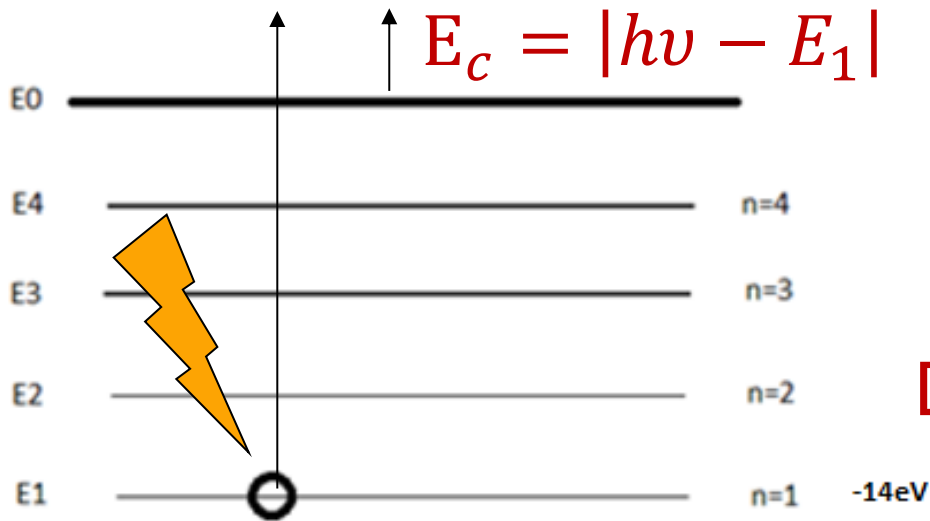
$$n=1 \longrightarrow E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$n=2 \longrightarrow E_2 \sim -\frac{14}{4} = -\frac{12+2}{4} = -3 - 0,5 = -3,5 \text{ eV}$$

Exercice 1

3/24

b) Si un photon d'énergie 15 eV arrive sur l'atome, est-ce que ce dernier peut provoquer son ionisation ?



$$h\nu > -E_1 = 13,6 \text{ eV}$$

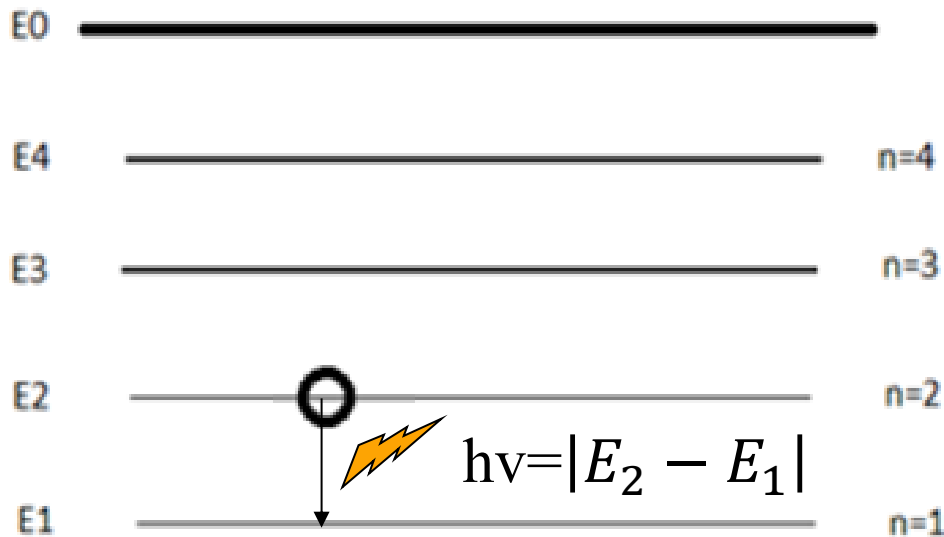
Donc ionisation possible
mais pas systématique

Aspect probabiliste

Exercice 1

4/24

c) Quelle sera la couleur associée à la longueur d'onde du photon de fluorescence émis lorsque l'électron passe du niveau 2 au niveau 1 ?



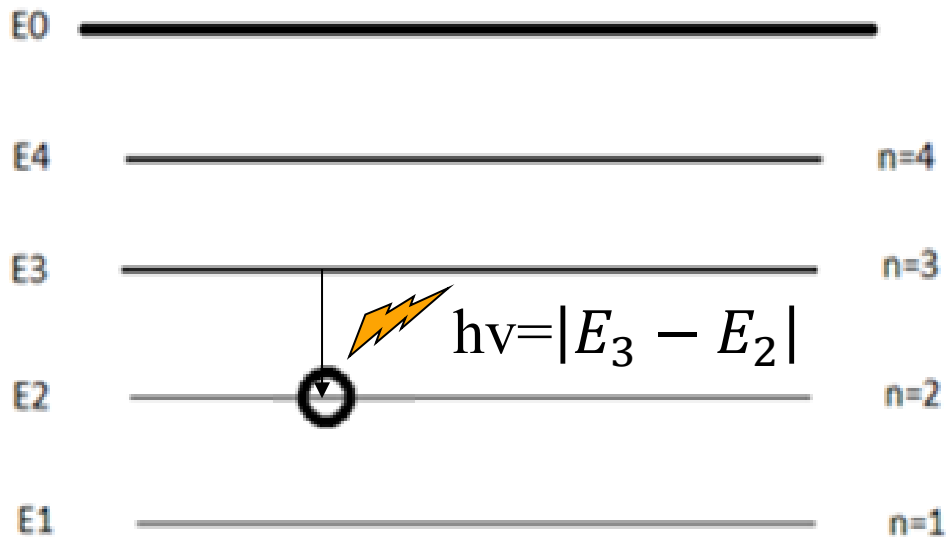
$$h\nu \sim 10 \text{ eV}$$

Dans le domaine des UV
Donc pas de couleur !

Exercice 1

5/24

d) En passant du niveau 3 au niveau 2, le photon de fluorescence émis sera-t-il visible par l'œil humain ?



$$h\nu \sim 2 \text{ eV}$$

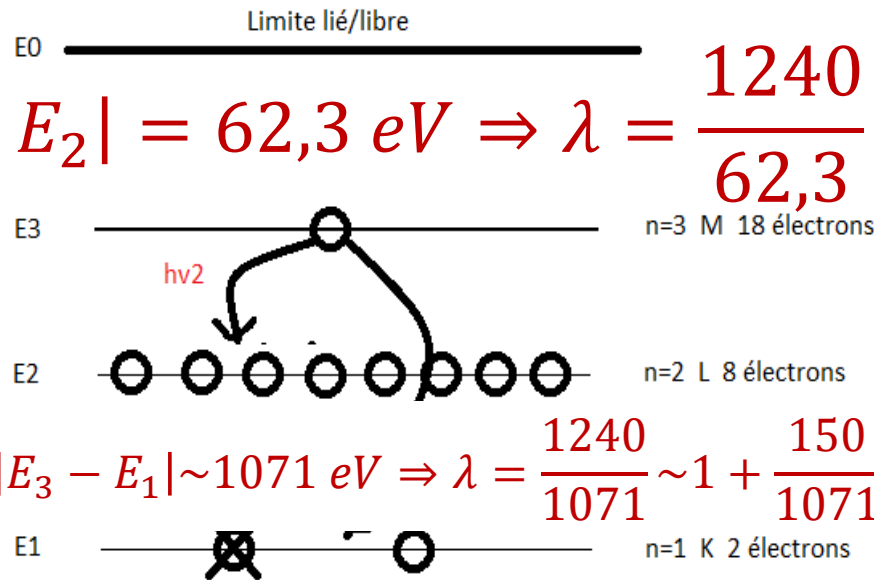
Dans le domaine
du visible

Exercice 2

6/24

Quelles sont les énergies des photons de fluorescence pouvant être émis après ionisation de la couche K du sodium (en eV) ?

$$hv_2 = |E_3 - E_2| = 62,3 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{62,3} \sim \frac{1200}{60} = 20 \text{ nm}$$



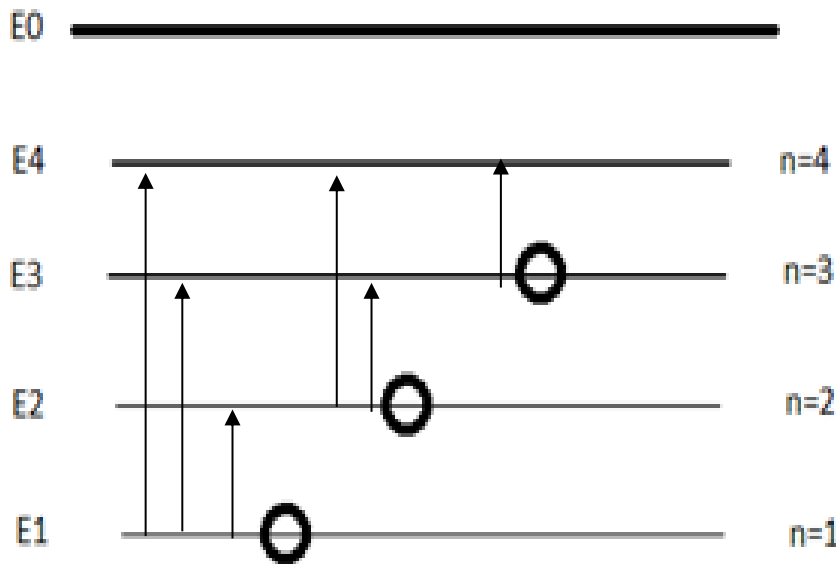
$$hv_3 = |E_3 - E_1| \sim 1071 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{1071} \sim 1 + \frac{150}{1071} \sim 1,15 \text{ nm}$$

$$hv_1 = |E_2 - E_1| = 1009 \text{ eV} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{1009} \sim 1,24 \text{ nm}$$

Exercice 3

7/24

a) Quelles sont les énergies de photon (en eV) capables d'exciter cet atome, sachant que l'électron peut se situer sur K, L, M ou N?



6 transitions possibles

1-→2,3,4

2-→3,4

3-→4

=> 6 énergies possibles

$h\nu = |E_i - E_1|$ avec $i=2,3,4$

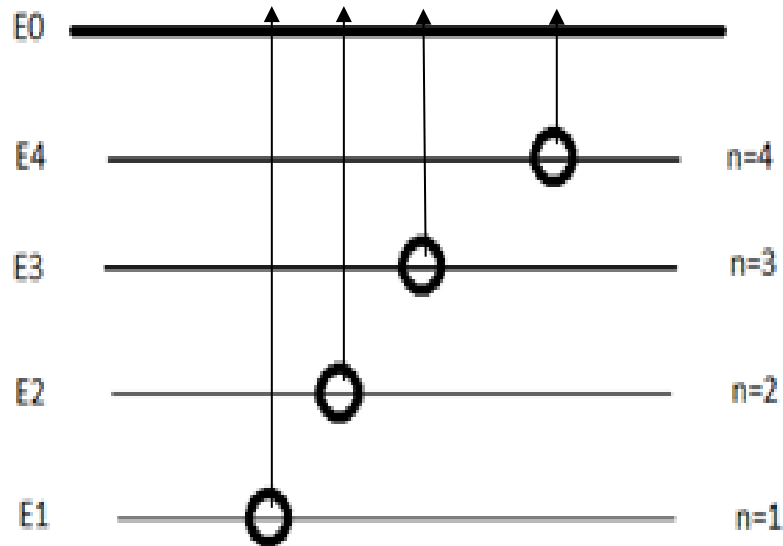
$h\nu = |E_j - E_2|$ avec $j=3,4$

$h\nu = |E_3 - E_4|$

Exercice 3

8/24

b) Quelle est l'énergie minimale des photons pouvant ioniser cet atome ?



Il suffit que $h\nu > -E_n$

$$h\nu > -E_1$$

$$h\nu > -E_2$$

$$h\nu > -E_3$$

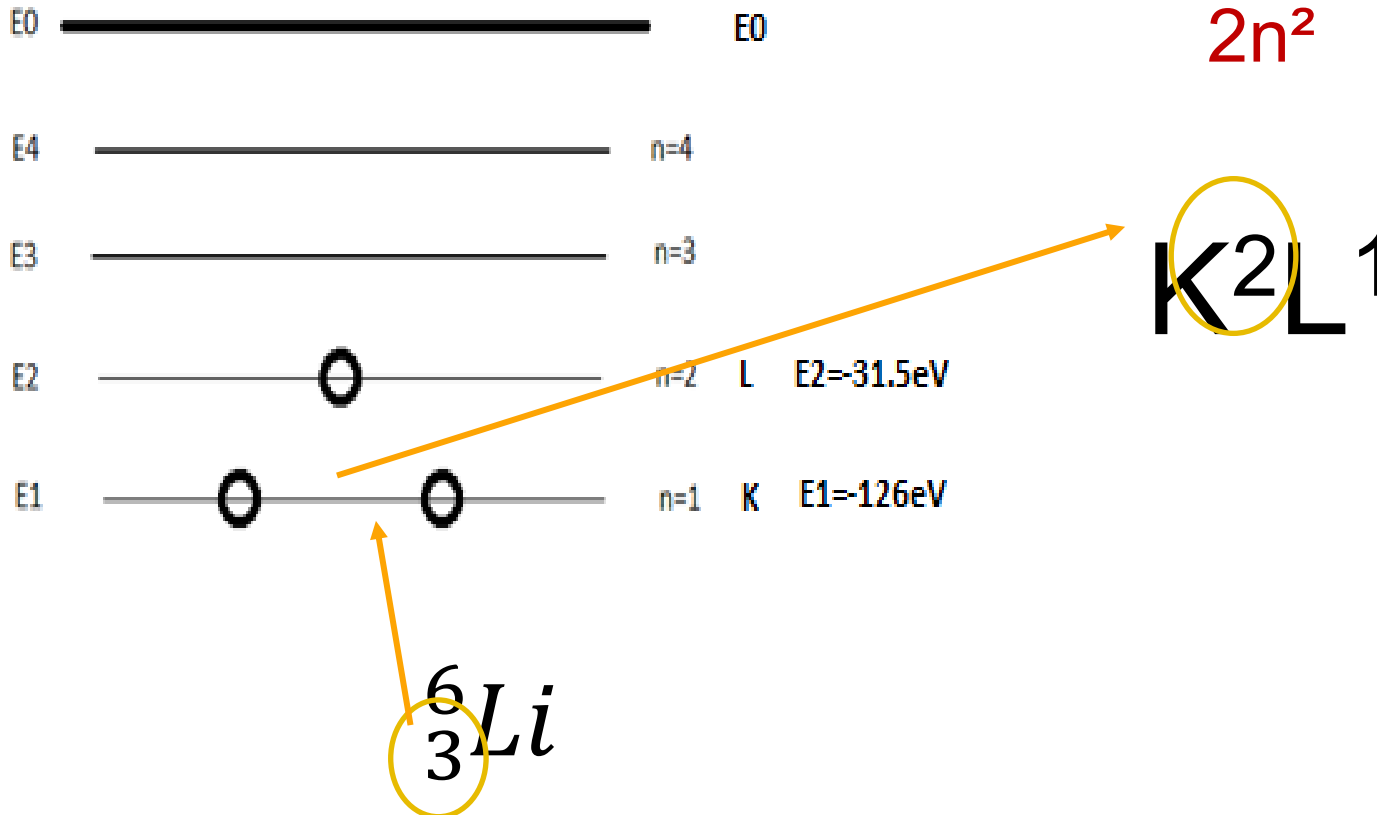
$$h\nu > -E_4$$

Exercice 4

9/24

a) Combien y a t-il d'électron sur la couche K ?

Exclusion de Poli :
 $2n^2$



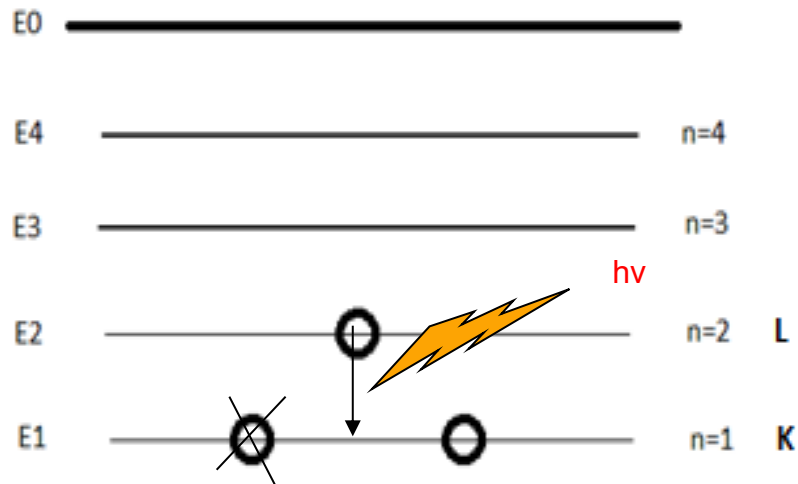
Exercice 4

10/24

b) Un photon de 127 eV peut-il exciter l'atome ?

Pour qu'il y ait ionisation il faut une énergie supérieure à 122,4 eV ($13,6 \times 9$), mais pas pour l'excitation

c) Après une ionisation de la couche K, quelle sera l'énergie du photon X de fluorescence émis ? pourra t-on observer un électron Auger ? si oui, quelle sera son énergie ?



1 seul photon

$$h\nu = |E_2 - E_1| \sim 91,8 \text{ eV}$$

0 électron Auger

$$h\nu < -E_1 (= 122,4 \text{ eV})$$

Exercice 5

11/24

a) Calculer en eV, l'énergie de première ionisation de l'atome d'hydrogène ($Z = 1$) et de l'hélium He ($Z = 2$)

$$E_n(eV) = -\frac{13,6Z^2}{n^2} \longrightarrow E_1(eV) = -13,6Z^2$$

$$\longrightarrow {}^1_1H \Rightarrow E_1 = -13,6 \text{ eV} \Rightarrow W_1 = 13,6 \text{ eV}$$

$$\longrightarrow {}^4_2He \Rightarrow E_1 = -13,6 \times 4 = -54,4 \text{ eV} \Rightarrow W_1 = 54,4 \text{ eV}$$

Exercice 5

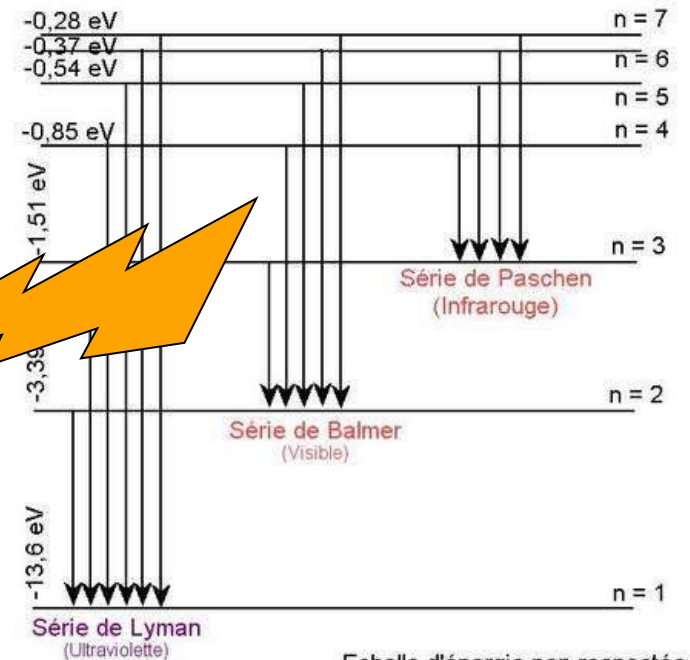
12/24

b) Montrer que les longueurs d'onde λ_{n2} de ces rayonnements peuvent s'écrire :

$$\lambda_{n2} = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

$$\frac{hc}{\lambda_{n2}} = E_n - E_2$$

$$h\nu_{n2} = \frac{hc}{\lambda_{n2}}$$



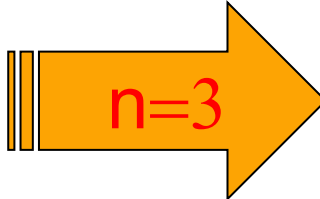
$$\frac{hc}{\lambda_{n2}} \sim -\frac{14}{n^2} + \frac{14}{4} = \frac{-14 \times 4 + 14 \times n^2}{4 \times n^2}$$

$$\Rightarrow \lambda_{n2} = \frac{4 \times h \times c \times n^2}{-14 \times 4 + 14 \times n^2} = \frac{4hc}{14} \times \frac{n^2}{n^2 - 4} \rightarrow \lambda_0 \sim 400 \text{ nm}$$

Exercice 5

13/24

c) Indiquer pour cette série de raies, la longueur d'onde de la raie correspondant à une désexcitation de la couche M si $\lambda_0 = 400 \text{ nm}$

$$\lambda_{n2} = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}$$


$$\lambda_{32} = \lambda_0 \frac{3^2}{3^2 - 4} = 400 \cdot \frac{9}{5}$$

$$\lambda_{32} = 80 \times 9 = 720 \text{ nm}$$

ROUGE

Exercice 6

14/24

a) Calculer son excédent d'énergie par rapport à son état fondamental. On supposera que la constante d'écran est nulle

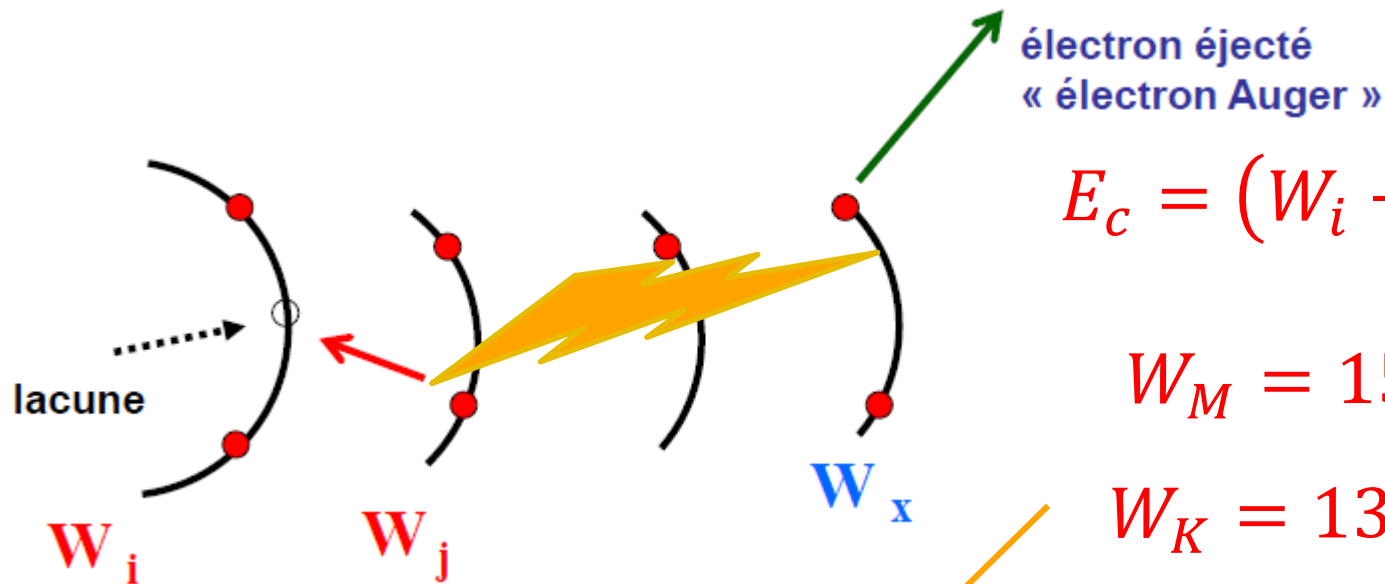
$$E_n(eV) = -\frac{13,6 Z^2}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} E_1(eV) &= -1360 \text{ eV} \\ W_k &= -E_1 = 1360 \text{ eV} \end{aligned}$$

L'excédent d'énergie fourni à l'atome est de 1360 eV

Exercice 6

15/24

b) Calculer l'énergie cinétique de cet électron Auger dans le cas où un électron de la couche L vient combler la lacune de la couche K



$$E_c = (W_i - W_j) - W_x$$

$$W_M = 156 \text{ eV}$$

$$W_K = 1360 \text{ eV}$$

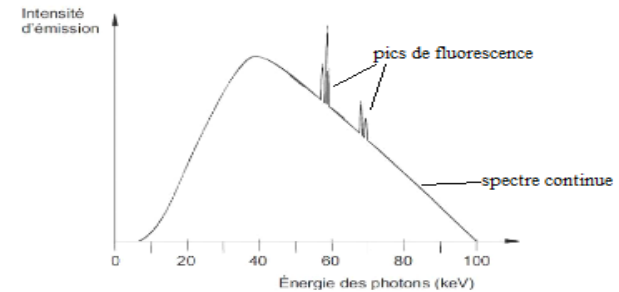
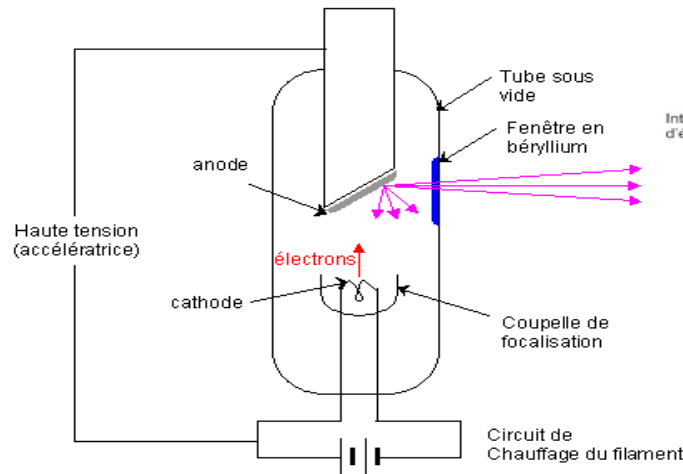
$$W_L = 350 \text{ eV}$$

$$E_c = (W_K - W_L) - W_M = 1360 - 350 - 156 = 854 \text{ eV}$$

Exercice 7

16/24

a) Quel est l'énergie maximale des photons émis ?



b) Le spectre des photons émis possède des pics de fluorescence. Quel est le type d'interaction qui est à la base de ce phénomène ?

Inélastique électronique

Fluorescence

Ionisation + Excitation

Exercice 7

17/24

c) Quel est l'effet de la filtration (couche fine de métal en sortie de tube) ?

La filtration diminue

le nombre de photon

de basse énergie



L'énergie moyenne du faisceau

aura tendance à augmenter

(moins de basse énergie)

Durcissement du faisceau

Radioprotection du patient

d) Quels sont les examens ou traitements médicaux qui pourraient nécessiter l'utilisation d'un tel tube ?

Radiologie conventionnel (mode statique ou scopie) ou
comme tube RX dans un scanner

Exercice 8

18/24

a) Comment fait-on varier les longueurs d'onde des rayons X émis ?

En faisant varier la d.d.p. entre le filament et l'anode

$$\Delta U > 0 \Rightarrow \Delta \lambda < 0$$

b) Comment fait-on varier la quantité (nombre de photons) des rayons X émis ?

En augmentant le nombre d'électrons qui arrivent sur l'anode

$$\Delta U > 0 \text{ ou } \Delta i > 0 \Rightarrow \Delta \Phi > 0$$

$$\text{ou } \Delta t > 0 \quad \Delta mAs > 0$$

Exercice 8

19/24

c) Comment peut-on multiplier par deux l'énergie maximale individuelle des photons émis par le tube sans modifier la puissance rayonnée du faisceau X émis ?

$$\begin{array}{ccc} (h\nu)_{\max} & \xrightarrow[U \times 2]{\Phi} & (h\nu)_{\max} \times 2 \\ \Phi & & \Phi \times 4 \end{array}$$

$$\Phi \propto iZU^2$$

$$\begin{array}{ccc} (h\nu)_{\max} & \xrightarrow[U / 4]{\Phi} & (h\nu)_{\max} \times 2 \\ \Phi & & \Phi \end{array}$$

Exercice 9

20/24

a) Quel est la valeur du coefficient linéique d'atténuation du plomb pour un faisceau de photons de 20 keV ? de 200 keV ?

$$\mu(\text{cm}^{-1}) = \frac{\mu}{\rho} (\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}) \times \rho (\text{g} \cdot \text{cm}^3)$$

➡ 20 keV : $\mu = 10 \times 86 = 860 \text{ cm}^{-1}$

➡ 200 keV : $\mu = 10 \times 1,0 = 10 \text{ cm}^{-1}$

Exercice 9

21/24

b) Un photon de 200 keV est-il plus pénétrant dans le plomb qu'un photon de 20 keV ? Justifier.

$$\mu(cm^{-1}) = \frac{\ln(2)}{CDA(cm)} \Rightarrow CDA(cm) = \ln(2)/\mu(cm^{-1})$$

$$20 \text{ keV} : CDA_{20keV} = 0,7 / 860 < 10^{-3} \text{ cm.}$$

$$200 \text{ keV} : CDA_{200keV} = 0,7 / 10 = 7.10^{-2} \text{ cm}$$

$$CDA_{20keV} < CDA_{200keV}$$

Les photons d'énergie 200 keV sont plus pénétrants que ceux d'énergie 20 keV

Exercice 9

22/24

c) Pour l'Aluminium, le coefficient d'atténuation massique varie-t-il inversement proportionnel à l'énergie ou au cube de l'énergie lorsque l'énergie des rayons X varie de 10 à 30keV ? de 60 à 100keV ? Quels effets d'atténuation sont alors prépondérants ?

$$10-50 \text{ keV} : \frac{\mu}{\rho} \propto \frac{1}{(h\nu)^3} \Rightarrow \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \frac{\tau}{\rho}$$

Photoélectrique

$$60-100 \text{ keV} : \frac{\mu}{\rho} \propto \frac{1}{h\nu} \Rightarrow \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \frac{\sigma}{\rho}$$

Compton

Exercice 9

23/24

d) Que constatez vous pour les valeurs du μ/ρ du plomb entre 5 et 100 MeV ? quel est le phénomène à l'origine de cette observation ? Quel est le rayonnement le plus pénétrant entre un faisceau de 5 MeV et un autre de 100 MeV ?

$$5 \text{ MeV} : \frac{\mu}{\rho} = 0,04 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

$$100 \text{ MeV} : \frac{\mu}{\rho} = 0,09 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

$$CDA_{5\text{MeV}} > CDA_{100\text{MeV}}$$

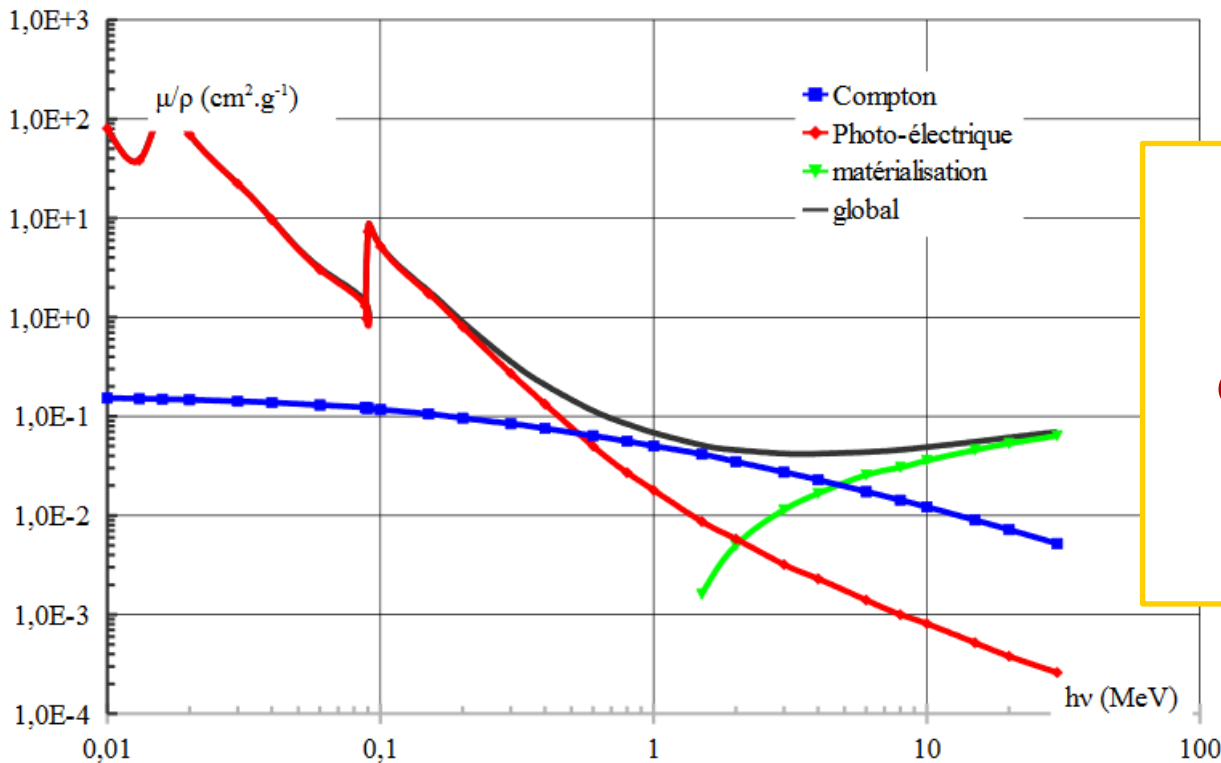
Il faut plus de matière pour atténuer des X de 5 MeV que des X de 100 MeV



Exercice 9

24/24

d) Que constatez vous pour les valeurs du μ/ρ du plomb entre 5 et 100 MeV ? quel est le phénomène à l'origine de cette observation ? Quel est le rayonnement le plus pénétrant entre un faisceau de 5 MeV et un autre de 100 MeV ?



Apparition du
phénomène
de création de paires
$$\frac{\mu}{\rho} \rightarrow \frac{\pi}{\rho} \propto Z \cdot \ln(h\nu)$$