Università di Corsica Pasquale Paoli | Institut Universitaire de Santé
cnrs
Castelluccio Etablissement Public de Santé

PASS-PACES : Bases physiques des explorations médicales

Semestre 1 : Physique

Les ondes électromagnétiques

Cyril Voyant

2020

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

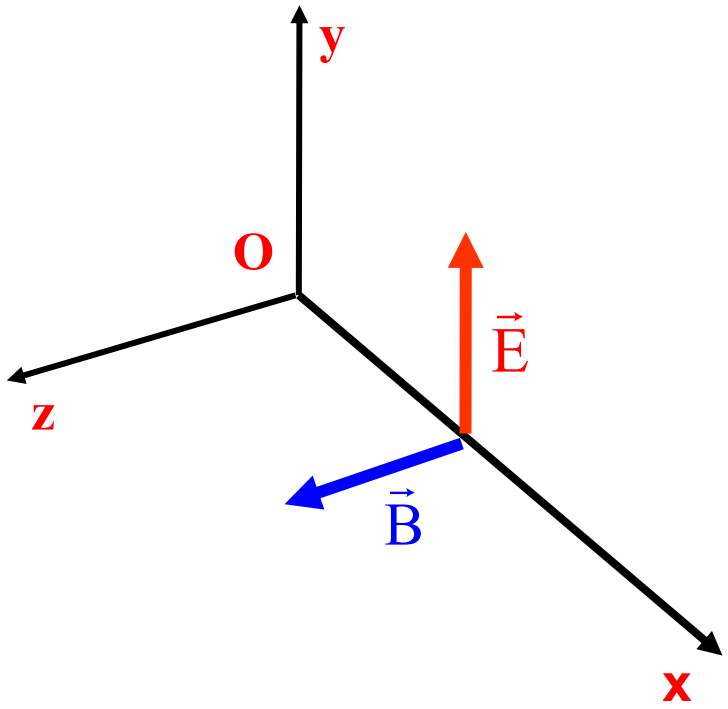
Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Nature des ondes électromagnétiques

propagation d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$

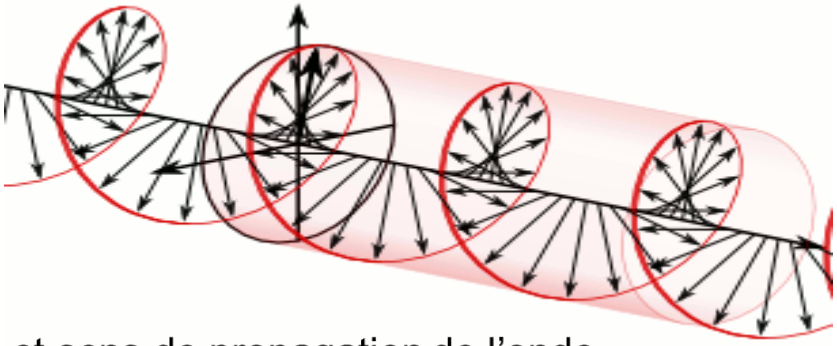
vecteurs ⊥ entre eux et ⊥ à la direction de propagation



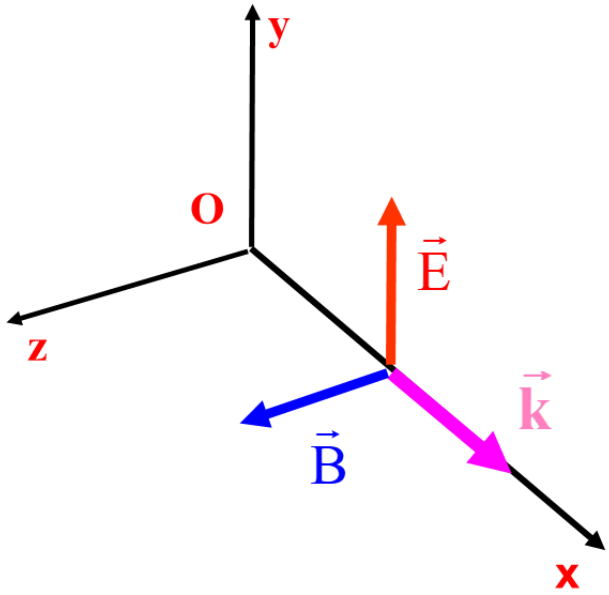
exemple *d'une onde se propageant suivant Ox*

Nature des ondes électromagnétiques

vecteur d'onde $\vec{k}$



- norme du vecteur d'onde = nombre d'onde
- direction et sens du vecteur d'onde = direction et sens de propagation de l'onde



ici : exemple d'une onde se propageant suivant Ox >0

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$
$$\vec{k} \perp \vec{B}$$
$$\vec{k} \perp \vec{E}$$

Célérité (ou vitesse) de l'onde électromagnétique (EM)

- **dans le vide : « vitesse de la lumière ».**

$$c_{vide} \approx 3.10^8 \text{ m/s} = 300\,000 \text{ km par seconde}$$

- **dans un milieu matériel, la célérité c de l'onde électromagnétique diminue et dépend de la nature du milieu**

milieu caractérisé par son indice absolu n :

$$c_{milieu} = \frac{c_{vide}}{n}$$

$$\lambda_{milieu} = c_{milieu} \times T = \frac{c_{vide}}{n} \times T = \frac{\lambda_{vide}}{n}$$

Expression de l'onde EM sinusoïdale

$$\vec{E}(r,t) = \vec{E}_m \times \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$$

O : position de la source
M : point d'observation de l'onde

vecteur $\vec{E}_m$ perpendiculaire au vecteur $\vec{k}$

$E_m = \|\vec{E}_m\|$: **<u>amplitude</u> du champ électrique de l'onde sinusoïdale**

Remarque : fonction cosinus ou sinus

$$\vec{B}(r,t) = \vec{B}_m \times \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$$

$B_m = \|\vec{B}_m\|$: **<u>amplitude</u> du champ magnétique de l'onde sinusoïdale**

$$\|\vec{E}_m\| = c \times \|\vec{B}_m\| \qquad c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

Espace à 3 dimensions

$$\vec{E}(r,t) = \vec{E}_m \times \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$$

$$r = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

l'onde au point M est fonction de quatre variables : t, x, y et z

composantes du vecteur d'onde : $\vec{k} \begin{cases} k_x \\ k_y \\ k_z \end{cases}$

composantes du vecteur position : $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

Paramètres caractéristiques liés à la variable « temps »

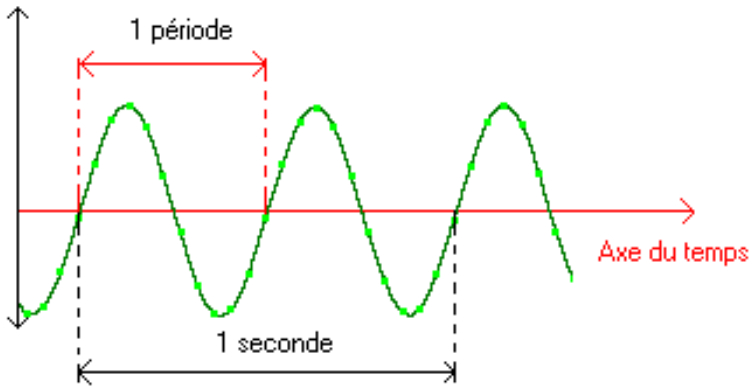
- **pulsation** : ω (unité SI : radian/s)

- **période** (ou période temporelle) : T (unité SI : s)

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- **fréquence** : ν (unité SI : s^{-1} ou Hertz)

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \nu = \frac{1}{T}$$



Paramètres caractéristiques liés à la variable « espace »

fait intervenir deux vecteurs $\vec{k}$ et $\overrightarrow{OM}$

$$p(x,y,z,,t) = p_m \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$$

Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ $\left\|\overrightarrow{OM}\right\| = r$

si la source **S** est à l'origine **O** des coordonnées

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$ vecteurs unitaires des axes **x'x, y'y et z'z**

Le vecteur d'onde

- norme du vecteur d'onde = $\left\| \vec{k} \right\|$ = nombre d'onde
- direction et sens du vecteur d'onde = direction et sens de propagation de l'onde

composantes du vecteur d'onde $\vec{k} \begin{cases} k_x \\ k_y \\ k_z \end{cases}$ composantes du vecteur position $\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

produit scalaire de 2 vecteurs :

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

d'où $$\vec{k}.\overrightarrow{OM} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$p(x,y,z,,t) = p_m \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$$

$$p(x,y,z,,t) = p_m \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)$$

Le vecteur d'onde

- **longueur d'onde** (ou période spatiale) (unité SI : m)

distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle T

$$\lambda = c\,T$$

$$\lambda = c \times T = c \times \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{k}$$

- **nombre d'onde** (norme du vecteur d'onde)
(unité SI : radian/m)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

- **nombre d'onde angulaire** (employé en spectroscopie)
(unité SI : m^{-1})

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

EM sinusoidales dans un espace à 1D

l'onde au point M est fonction de deux variables : t et x

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_m \times \cos(\omega t \pm k x)$$

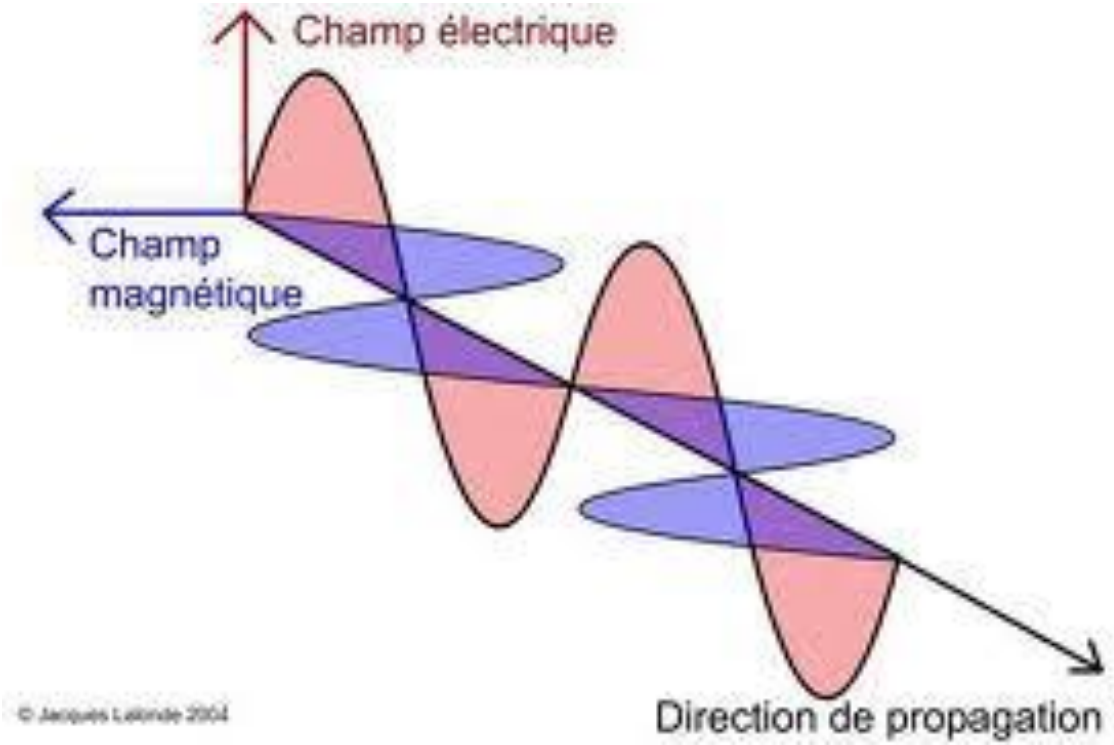
phase de l'onde

ici : $\vec{E}_m$ perpendiculaire à l'axe x'x

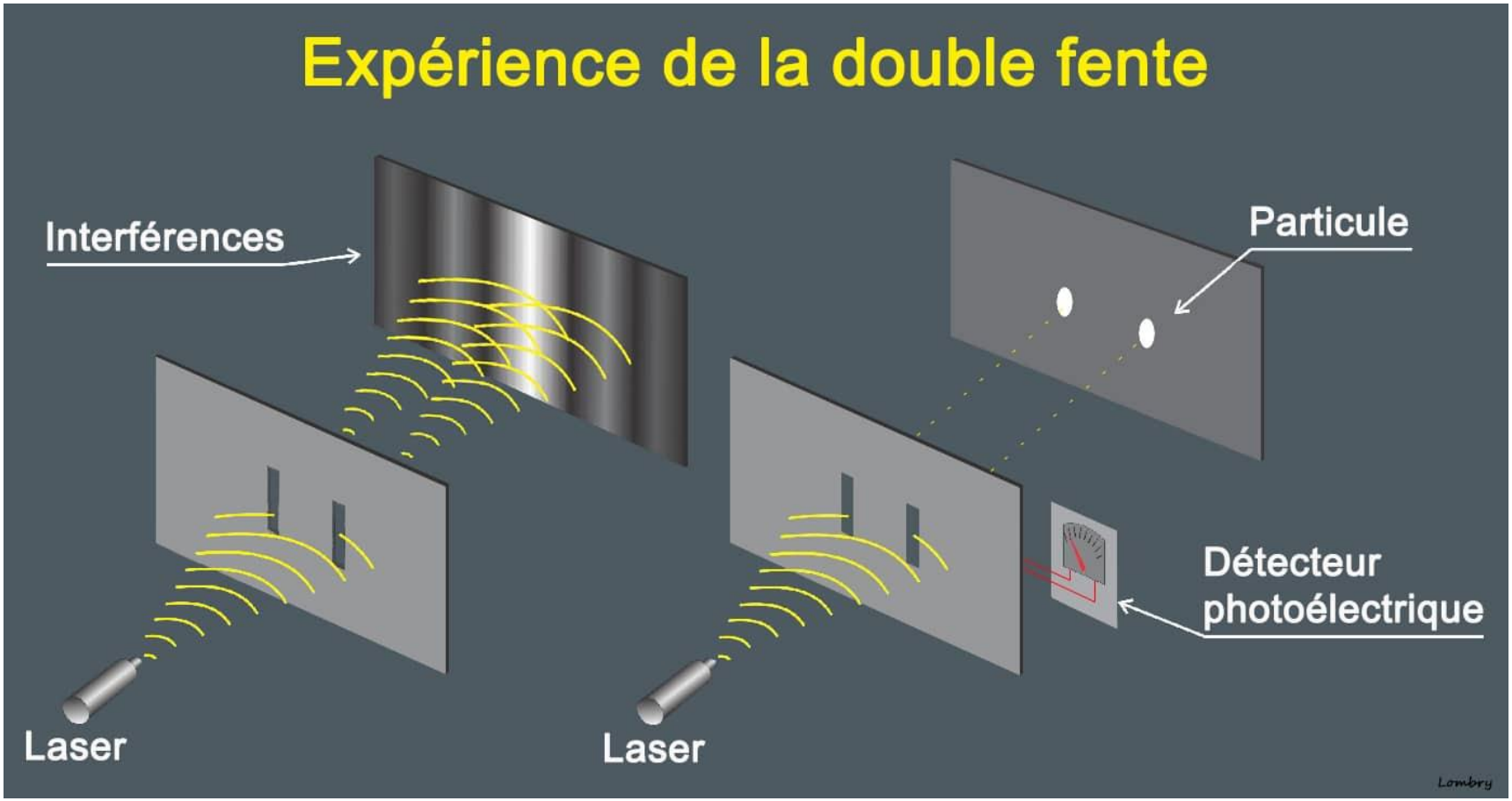
$$k = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \vec{E}(x,t) = \vec{E}_m \times \cos\omega\left(t \pm \frac{x}{c}\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \vec{E}(x,t) = \vec{E}_m \times \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right)$$

Aspect ondulatoire …. Mais pas que !



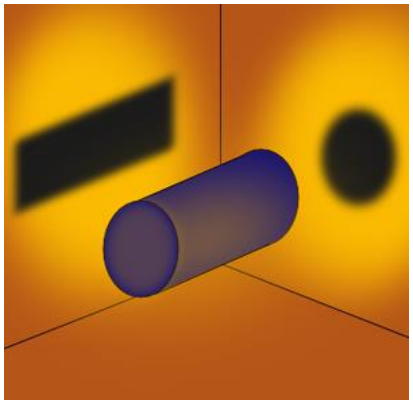
Eléments de physique quantique



Deux relations fondamentales

Tous les objets de la nature, quelle que soit leur dimension, se comportent à la fois comme des particules et comme des ondes.

- **à toutes les « particules » sont associées des « ondes »**
- **à toutes les « ondes » sont associées des « particules »**



Première relation : Relation énergie-fréquence

- Energie E transportée par 1 « particule » (ou quanton)

- Fréquence n de l'onde associée $E = h\nu$ **Relation de Planck-Einstein**

h = constante de PLANCK

on introduit souvent la grandeur appelée « h barre » et notée $\hbar$

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi} \qquad \nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$E = h\nu = h\frac{\omega}{2\pi} = \frac{h}{2\pi}\omega$$

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

Seconde relation

Relation quantité de mouvement (p) / longueur d'onde (λ)

Relation de « De Broglie » $p = \frac{h}{\lambda}$

$p = m\ v$

particule non relativiste

Relation vectorielle : lien entre le vecteur quantité de mouvement et le vecteur d'onde :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \times k$$

$$\vec{p} = \hbar\, \vec{k}$$

Cas particulier des ondes EM

Une onde électromagnétique peut être considérée comme constituée d 'un faisceau de particules appelées PHOTONS

photons = particules de masse nulle m = 0

interprétation d'Einstein (1905) de l'effet photoélectrique

la fréquence et la longueur d'onde des ondes électromagnétiques (particule de masse nulle), dans le vide, sont alors telles que :

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

conséquence : l'énergie $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$ **transportée par un rayonnement EM est d'autant plus grande que sa longueur d'onde est petite.**

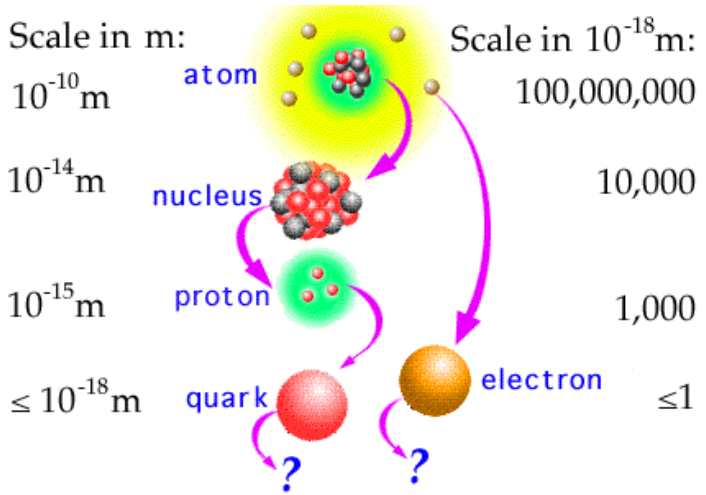
Les « particules » fondamentales de la matière : les fermions

Caractéristiques physiques d'une « particule » (ou quanton)

- sa charge électrique

- sa masse

- son spin (moment cinétique intrinsèque)



Quelques définitions concernant les particules

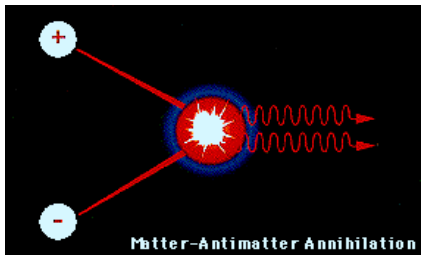
- **On considère comme « particule » fondamentale, des particules auxquelles il est impossible d'attribuer, en l'état actuel de la physique, une structure interne**

- **A toutes ces particules, s'ajoutent les antiparticules dont des caractéristiques physiques (charge ou spin) sont opposées**

exemple : positon e^+ ***(ou antiélectron ou positron) : charge positive***

- **Un choc particule-antiparticule se traduit par une annihilation**

Exemple $e^- + e^+ \rightarrow$ **2 photons** γ



Les grains de matières (spin ½ entier)

Tout ce qui nous entoure dans l'univers est constitué de particules de matière divisées en deux familles :

les leptons et les quarks

- **Six « quarks »**

charge électrique fractionnaire

$$q = +\frac{2e}{3}$$

u : up
c : charm
t : truth

$$q = -\frac{e}{3}$$

d : down
s : strange
b : bottom

et leurs anti-quarks $\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{b}$

- **Six « leptons » :**

électron e^-
muon μ^-
tau τ^-
neutrino-muon ν_μ
neutrino-électron ν_e
neutrino-tau ν_τ

et six anti-leptons

$e^+, \mu^+, \tau^+, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$

Au total : 24 « grains » de matière

Nouvelle unité d'énergie : l'électron-Volt

électron-Volt (eV) : énergie d'un électron placé dans un potentiel de 1 Volt

$$E_p = q\,V = e(\text{Coulomb}) \times 1(\text{Volt}) : \text{Joule}$$

énergie potentielle

charge électrique

potentiel électrique

1 eV = 1,6.10 $^{-19}$ J

E[J]=E[eV]. 1,6.10 $^{-19}$

***unités dérivées* :**

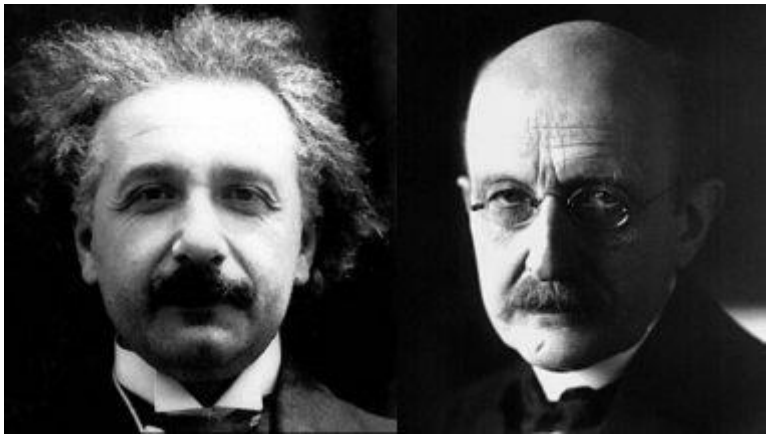
1 keV = 10 ^{3} eV

1 MeV = 10 ^{6} eV

1 GeV = 10 ^{9} eV

Une relation utile

expression en nanomètres de la longueur d'onde du rayonnement EM en fonction de l'énergie en eV du photon



$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\lambda\,(\text{nm}) = \frac{6,62.10^{-34} \times 3.10^{8}}{E\,(\text{eV}) \times 1,6.10^{-19}} \times 10^{9}$$

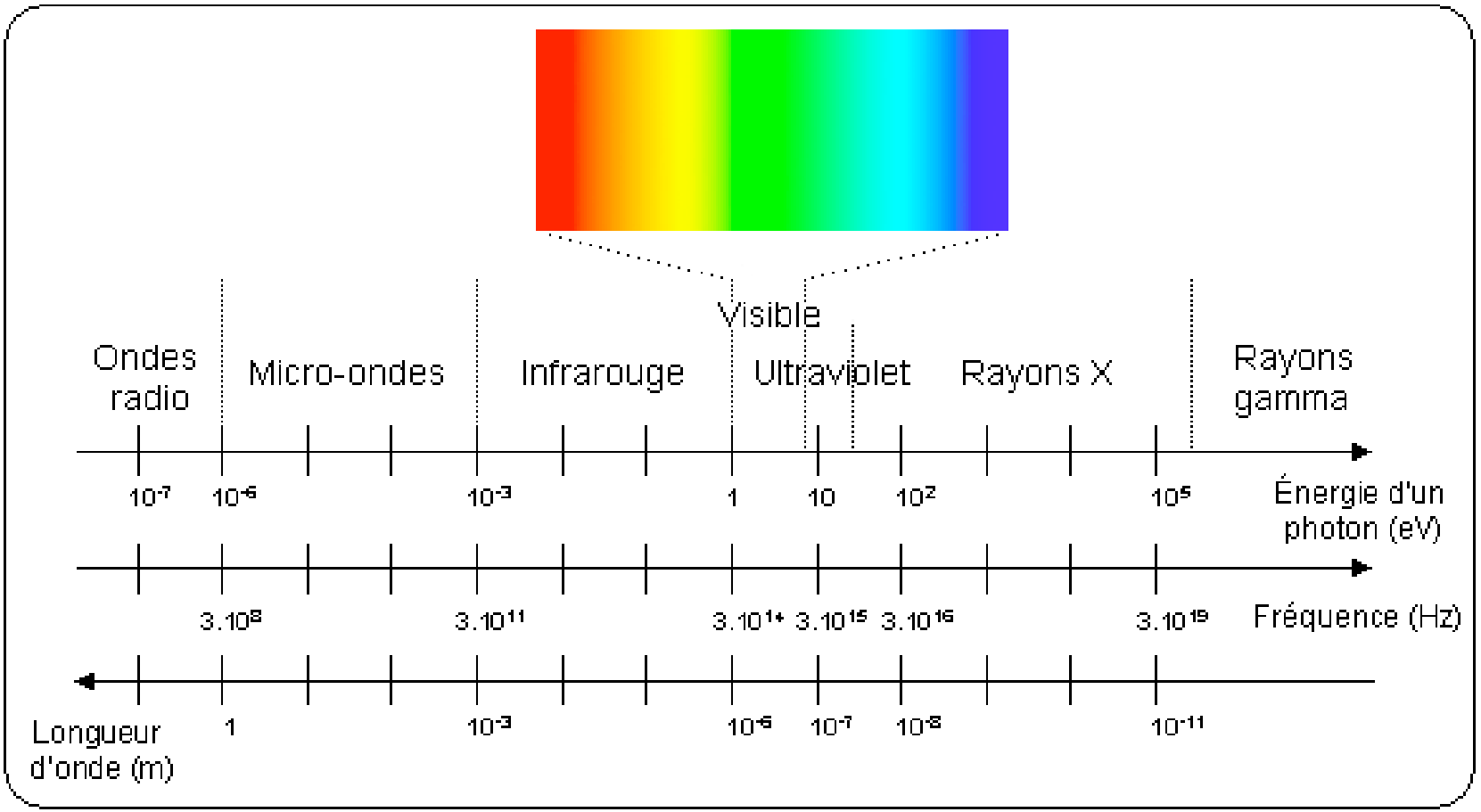
$$\lambda\,(\text{nm}) \approx \frac{1240}{E\,(\text{eV})}$$

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Une classification rigoureuse

- en fonction de la longueur d'onde λ de l'onde EM
- en fonction de l'énergie **E** du photon associé



Différentes gammes d'énergie

$\lambda < 10$ nm $\rightarrow$ E > 100 eV

rayons γ : origine : noyau des atomes

rayons X : origine : atomes
ou charges électriques accélérées

nombreuses applications médicales

λ > 300 mm

ondes hertziennes, ondes radio, micro-ondes

sources : circuits électroniques, antennes

application médicale : IRM

diagnostic : imagerie anatomique :
radiologie, tomodensitométrie X (scanner)

explorations fonctionnelles :
scintigraphies, tomographie à émission de positons (TEP ou PET)

Thérapie : radiothérapie
Curie-thérapie

Différentes gammes d'énergie

10 nm < l < 380 nm → 3 eV < E < 100 eV

rayonnement ultra-violet (UV)

origine : atomes

rayonnement solaire

380 nm < l < 780 nm → 1,5 eV < E < 3 eV

lumière visible → vision : voir cours d'optique

fréquence ou longueur d'onde = couleur

780 nm < l < 300 mm → 0,001 eV < E < 1,5 eV

rayonnement infra-rouge (IR)

rayonnement thermique des objets

imagerie thermique, lasers en médecine

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Différentes origines

- **Matière :**

  Assemblage plus au mois ordonné d'atomes, d'ions, de molécules.

- **Atomes :**

  Noyau (neutrons +protons) + électrons

- **Molécules :**

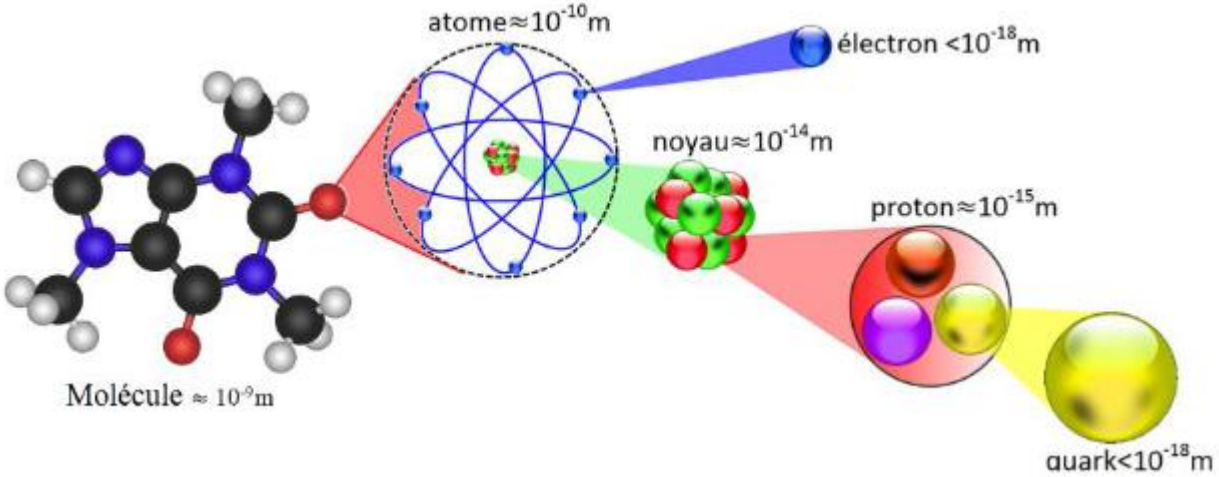
  Interaction entre plusieurs atomes

matière : sources d'émission ou d'absorption de tous les rayonnements

Différentes origines

Les atomes et les molécules :

source de rayonnements électromagnétiques



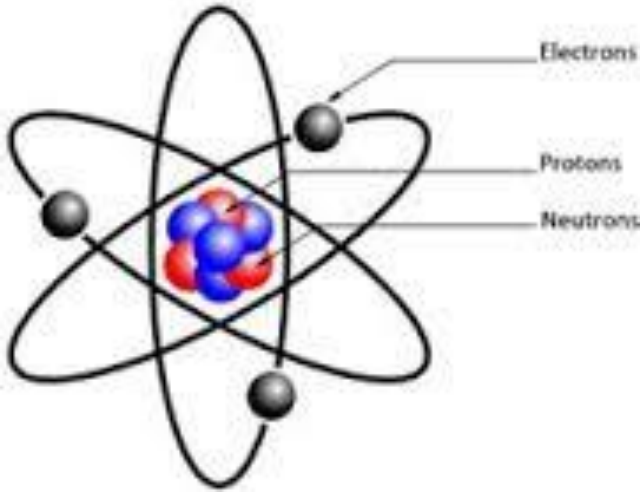
Les noyaux des atomes :

source de rayonnements électromagnétiques et/ou formés de particules matérielles

Les niveaux d'énergie

Rappels : les atomes

atome : noyau + électrons périphériques



- **charge d'un électron :**

$$q_e = -e = -1{,}6.10^{-19}\ C$$

- **masse d'un électron :**

$$m_e = 0{,}9.10^{-30}\ kg$$

Les niveaux d'énergie

$${}^{A}_{Z}X$$ ou $$X\,(A, Z)$$

A : nombre de masse

Z : numéro atomique = nbre d'électrons=nbre protons

Masse molaire : A (en g)

atome : charge électrique totale nulle

charge électrique du noyau + charge électrique des électrons = 0

Les niveaux d'énergie

Éléments isobares : même A

$^{14}_{6}C$ $^{14}_{7}N$

Éléments isotopes : même Z

$^{1}_{1}H$ $^{2}_{1}H$ $^{3}_{1}H$

$^{234}_{92}U$ $^{235}_{92}U$ $^{236}_{92}U$

Les niveaux d'énergie

Niveaux d'énergie des électrons atomiques

Variation discontinue (discrète) de l'énergie des électrons

- **on parle de « niveaux d'énergie » ou « d'états d'énergie »**
- **les valeurs des niveaux d'énergie sont différentes pour chaque type d'atome**

A chaque valeur de l'énergie E_n correspond une couche électronique

n = nombre quantique principal = nombre entier ≥ 1

n = 1 couche K
n = 2 couche L
n = 3 couche M etc…

Répartition des électrons dans les différentes couches

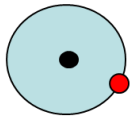
principe d'exclusion de Pauli

2 particules identiques ne peuvent pas avoir le même ensemble de nombres quantiques (orbital, magnétique, spin)… sous-couches

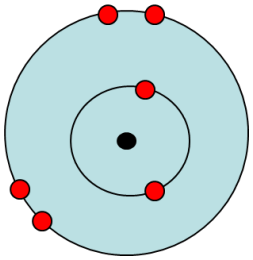
modèle atomique de Bohr

pour une couche donnée : électron à une distance r_n du noyau

$^{1}_{1}H$



$^{12}_{6}C$



$2.n^2$ électrons par couches

Expression approchée de la valeur des niveaux d'énergie

$$E_n = -E_0 \frac{(Z-b)^2}{n^2}$$

E_0 = constante des niveaux d'énergie d'un atome = 13,6 eV

$$E_n = -13,6 \frac{(Z-b)^2}{n^2} \text{ eV}$$

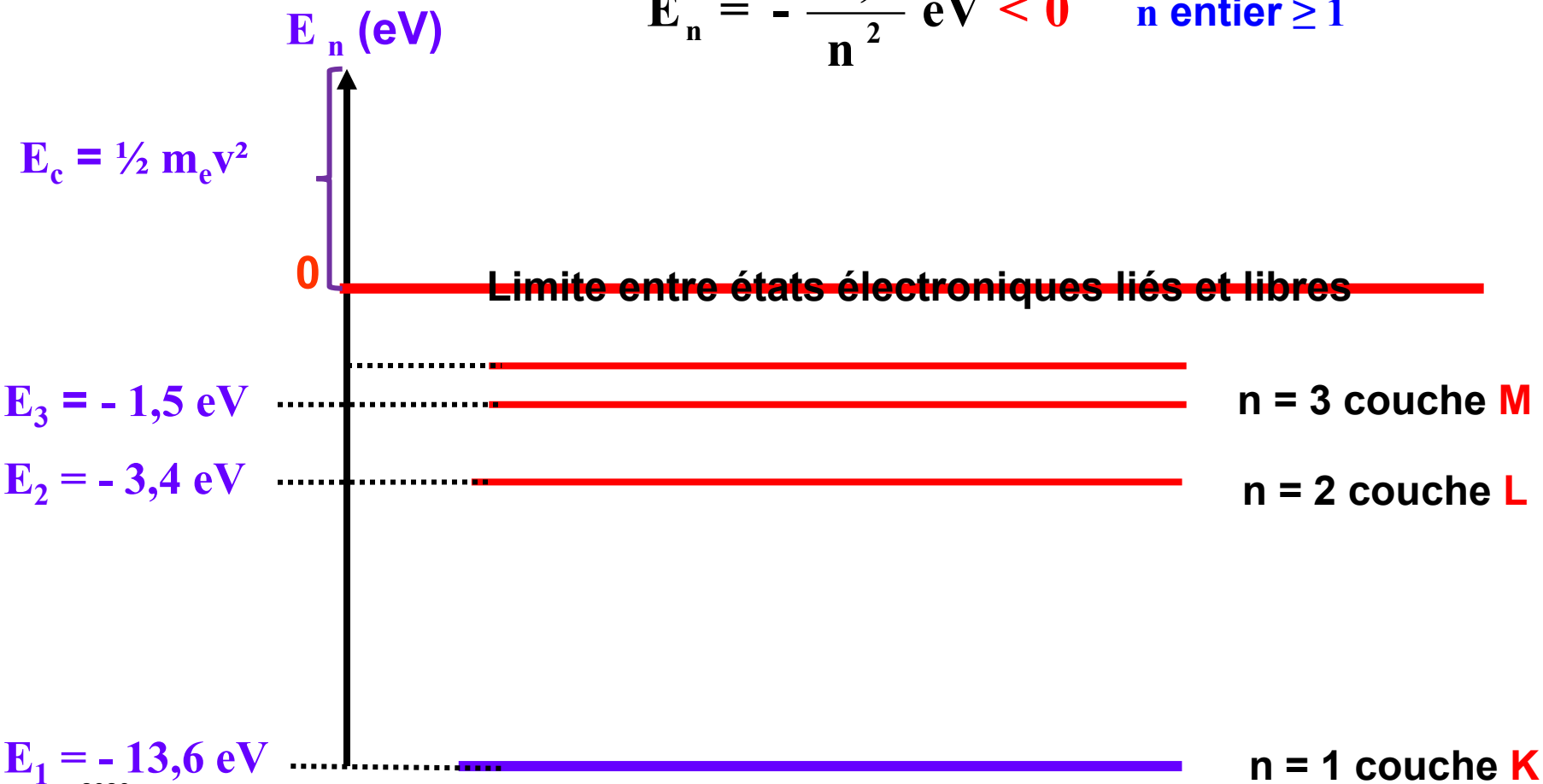
Z = numéro atomique de l'atome

b = constante d'écran

n = nombre quantique principal = nombre entier ≥ 1

Cas de l'atome d'hydrogène (Z=1 et b=0)

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}\ \text{eV} < 0 \qquad n \text{ entier} \geq 1$$



Cas de l'atome d'hydrogène (Z=1 et b=0)

état fondamental de l'atome d'hydrogène n = 1

(niveau de plus faible énergie)

$$E_n = -E_0 \frac{1}{n^2} \rightarrow E_n = -\frac{13,6}{n^2}\ eV$$

$E_1 = -13,6\ eV$

état stable

états excités de l'atome d'hydrogène (n > 1)

$$E_2 = -E_0/4, \quad E_3 = -E_0/9, \quad E_4 = -E_0/16 \ldots\ldots$$

états instables

durées de vie variables en général de la nanoseconde à la picoseconde

Cas de l'atome d'hydrogène (Z=1 et b=0)

électron lié au noyau : énergie de l'électron obligatoirement négative.

Énergie W_n de liaison d'un électron dans la couche n

$$W_n = -E_n \longrightarrow W_n + E_n = 0$$

W_1 = +13,6 eV

W_2 = + 3,4 eV

W_3 = + 1,5 eV

etc..

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Absorption de rayonnements

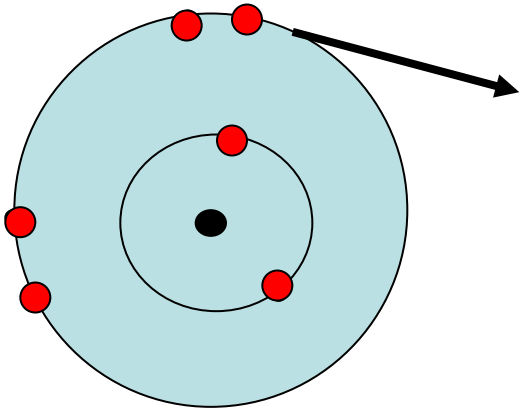
conséquences de l'absorption d'énergie : ionisation ou excitation

1) ionisation

photon incident
ou particule matérielle incidente

énergie incidente E_i (=$h\nu$)

$$E_i > -E_n$$



électron éjecté

énergie cinétique E_c

Dans le cas où la particule incidente est un photon : effet photoélectrique

Absorption de rayonnements

Pour ioniser un atome dans un état énergétique E_m il faut au moins lui donner l'énergie

$$W_m = 0 - E_m \text{ (énergie d'ionisation)}$$

conséquence : pour éjecter un électron de la couche m

$$E_i \geq W_m$$

E_i = énergie du photon incident ou de la particule incidente
W_m = énergie de liaison de l'électron dans la couche m
E_c = énergie cinétique de l'électron éjecté

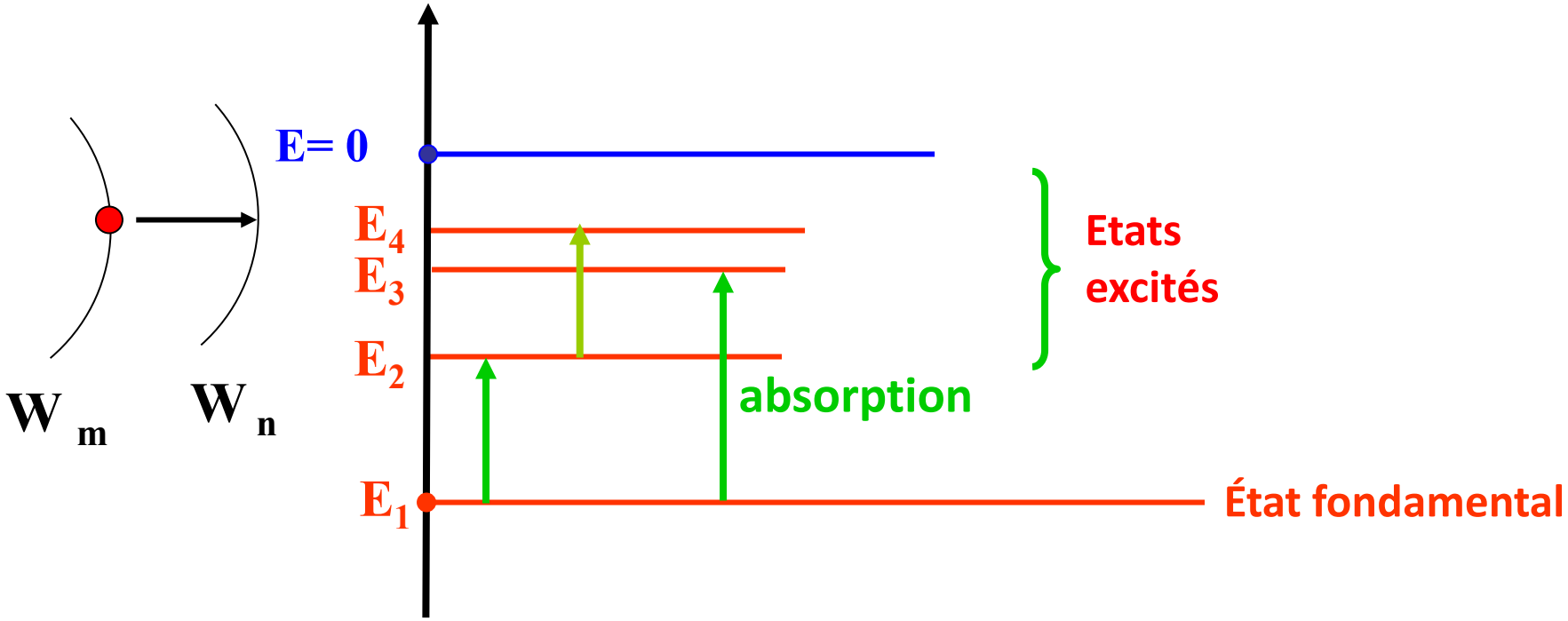
$$E_c = E_i - W_m$$

Si la particule incidente est un photon, l'électron éjecté se nomme « photoélectron »

Excitation d'un électron de la couche m de l'atome

$E_i < W_m$

passage de la couche m à la couche n (état excité)



Excitation

Cas de photons incidents : absorption de rayonnements entre niveaux E_n et E_m
de fréquence $\nu_{nm} > 0$
et de longueurs d'onde $\lambda_{nm} > 0$

$$E_{final} - E_{initial} = |E_n - E_m| = h\,\nu_{mn} = \frac{h\,c}{\lambda_{mn}}$$

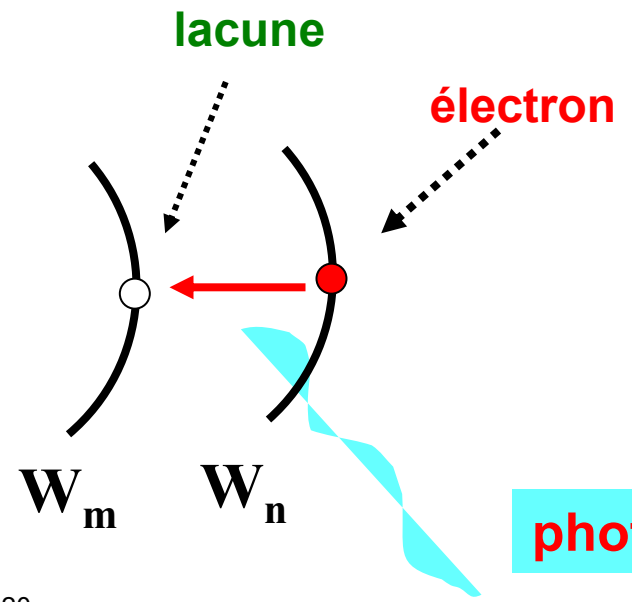
h = constante de Planck = $6{,}62.10^{-34}$ SI

Fluorescence et effet Auger

réarrangement du cortège électronique

suite à une ionisation ou à une excitation

Première possibilité : La fluorescence



Emission de rayonnements

de fréquence $\nu_{nm} > 0$

de longueurs d'onde $\lambda_{nm} > 0$

entre 2 niveaux E_n et E_m :

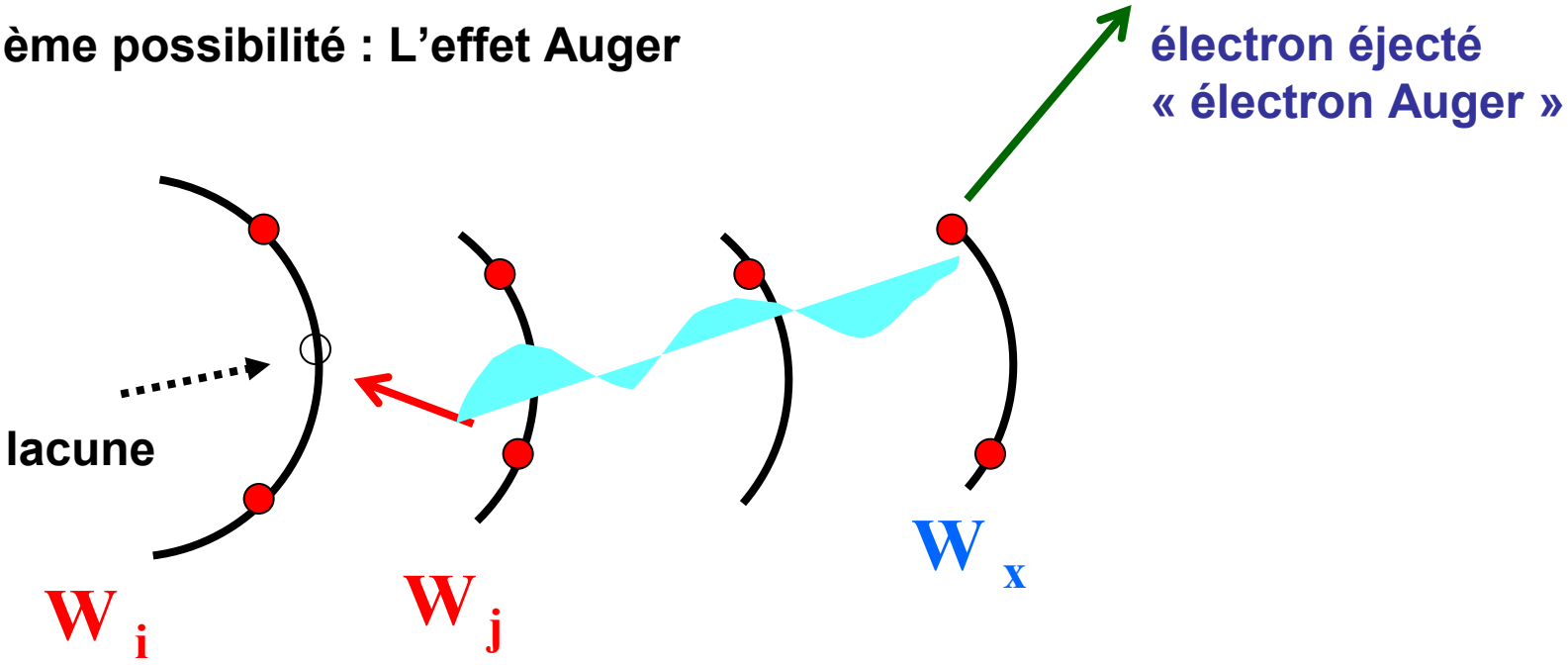
même raisonnement que pour l'absorption

$$E_{initial} - E_{final} = |E_n - E_m| = h\nu_{mn} = \frac{hc}{\lambda_{mn}}$$

photon de fluorescence

Fluorescence et effet Auger

Deuxième possibilité : L'effet Auger



énergie cinétique E_c de l'électron éjecté :

$$E_c = (W_i - W_j) - W_x$$

Spectroscopies (atomes et molécules)

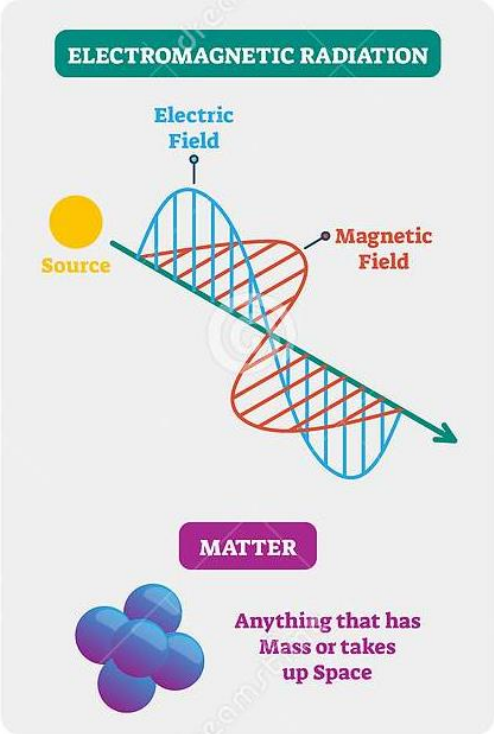
Spectroscopie = analyse du rayonnement électromagnétique émis ou absorbé par les atomes ou les molécules.

❖ **spectroscopie atomique**

➢ **transitions entre les niveaux d'énergie des électrons des atomes.**

❖ **spectroscopie moléculaire**

➢ **transitions entre niveaux électroniques et entre niveaux de vibration et de rotation des molécules.**



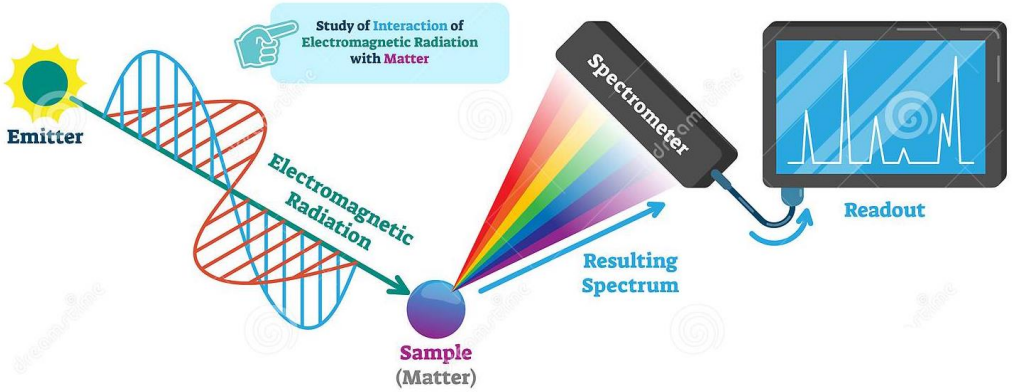
spectres ➢ ***informations structurales sur les molécules biologiques***

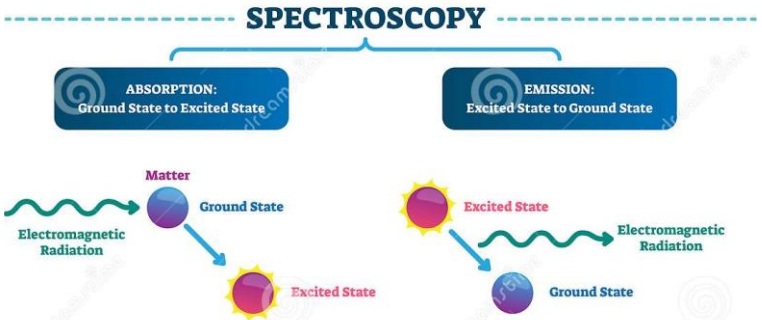
Spectroscopies (atomes et molécules)

- **Spectroscopie d'absorption ou d'émission d'un atome ou d'une molécule :**

  domaines possibles du rayonnement: lumière visible, UV, rayons X

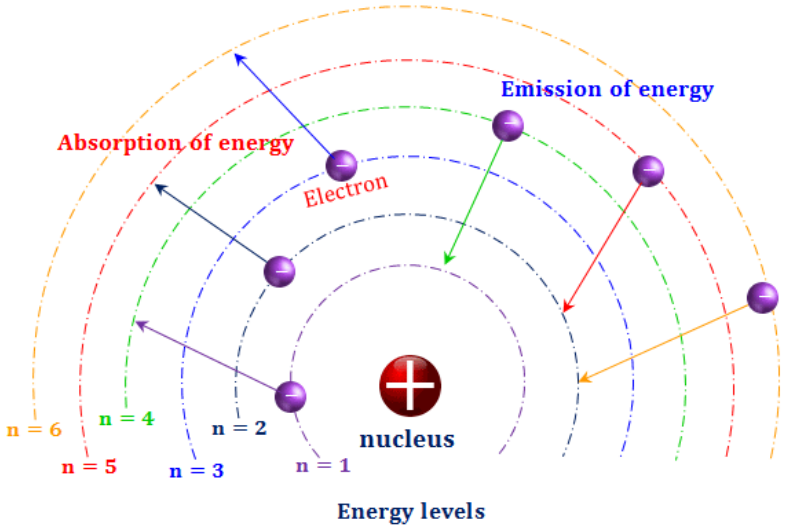
- **Spectroscopie d'émission : durée variable du rayonnement émis suivant la nature de l'état excité : fluorescence, phosphorescence**





Exemple de spectre d'émission atomique

Cas de l'atome d'hydrogène (Z = 1; b = 0)



$$E_n = -E_0 \frac{(Z-b)^2}{n^2} \text{ eV}$$

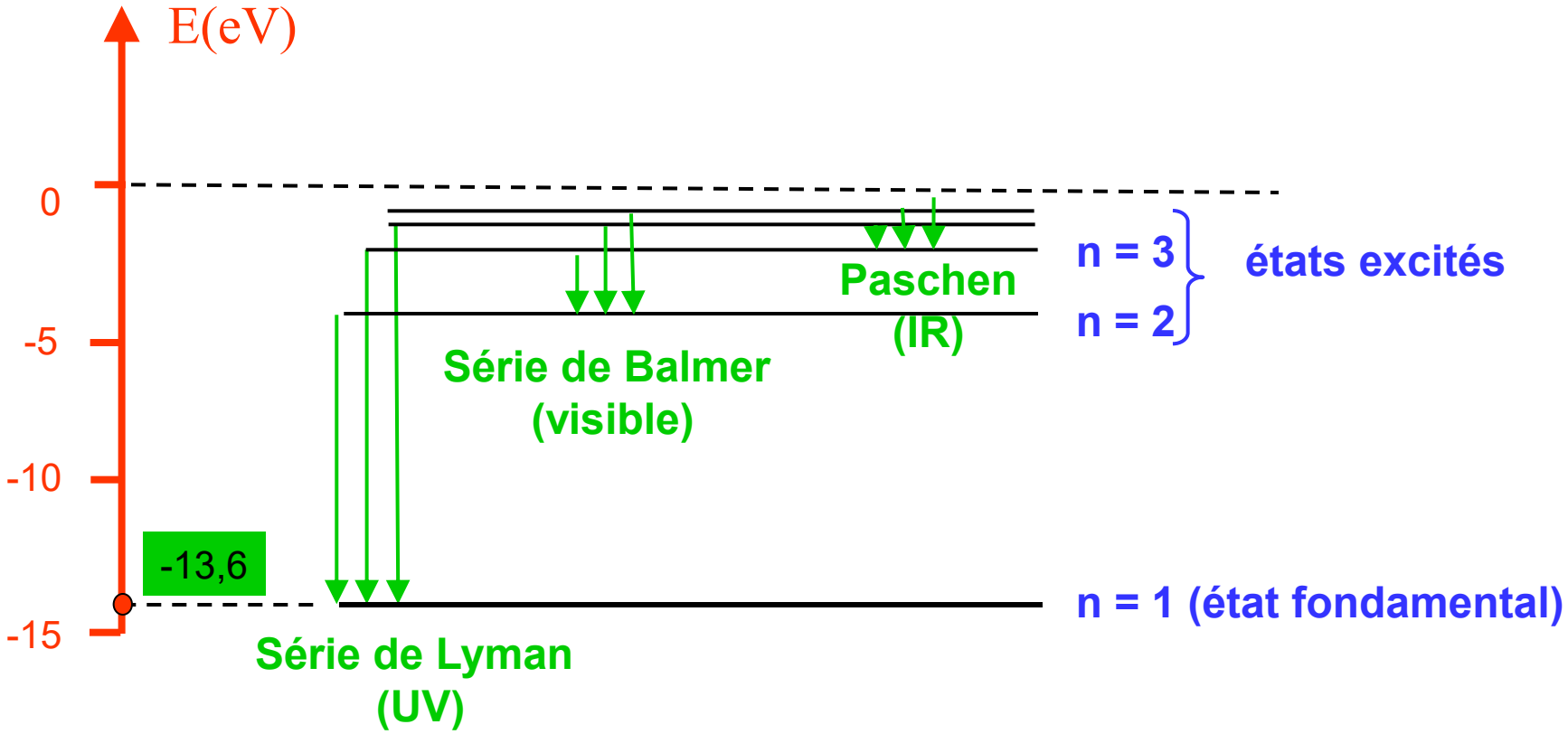
$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}$$

$$E_n - E_m = -\frac{E_0}{n^2} - \left(-\frac{E_0}{m^2}\right) = E_0 \left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right|$$

rayonnements émis de longueurs d'onde λ_{mn} : $E_n - E_m = h\nu_{nm} = \frac{hc}{\lambda_{nm}}$

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R_h \left|\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right| \qquad R_h = \text{constante de Rydberg} = \frac{E_0}{hc} = 1,097.10^7 \text{ m}^{-1}$$

Exemple de spectre d'émission atomique



spectre d'émission composé de séries de raies situées dans l'UV, le visible et l'IR

Exemple de spectre d'émission pour d'autres atomes

Exemples de raies d'émission de différents atomes

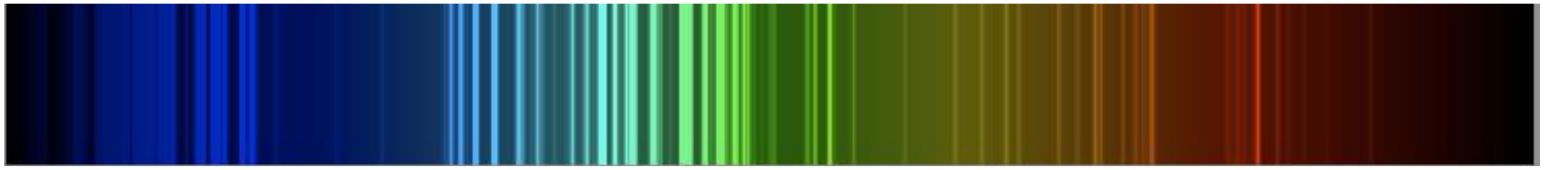
H



N



Fe



Au

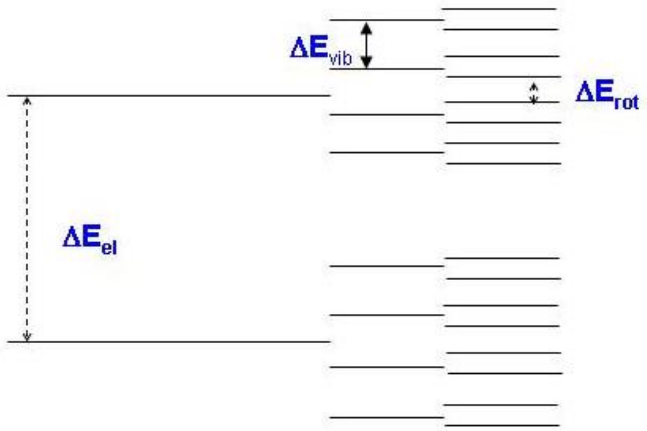


Spectroscopies des molécules

Niveaux d'énergie des molécules

chaque niveau électronique éclate en plusieurs sous- niveaux d'énergie de vibration et de rotation des molécules

$$E = E_{el} + E_{vib} + E_{rot}$$



spectroscopie moléculaire ➢ transitions entre niveaux électroniques et entre niveaux de vibration et de rotation des molécules.

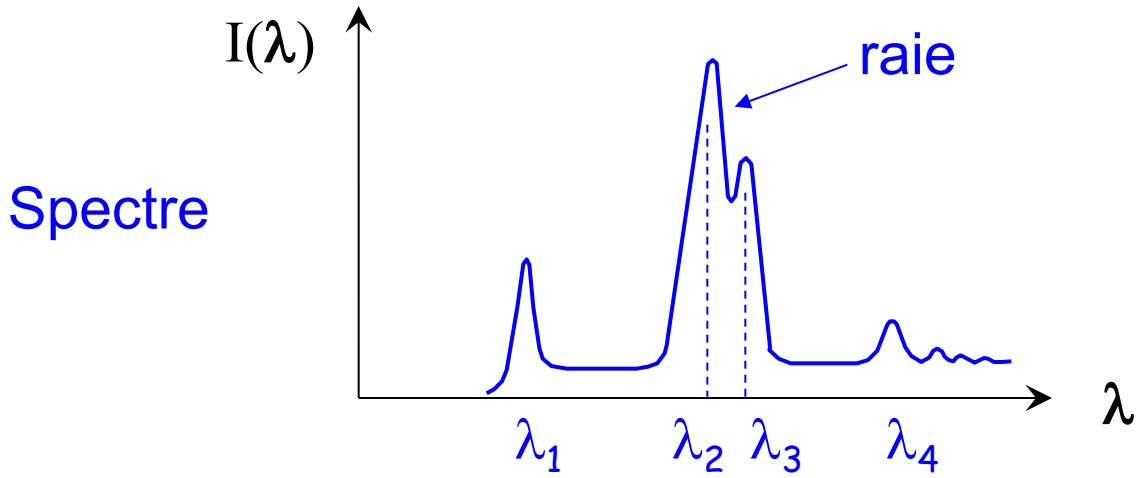
$$\Delta E_{el} \approx 100\ \Delta E_{vib} \approx 1000\ \Delta E_{rot}$$

Spectres d'absorption ou d'émission des molécules

Spectres plus complexes

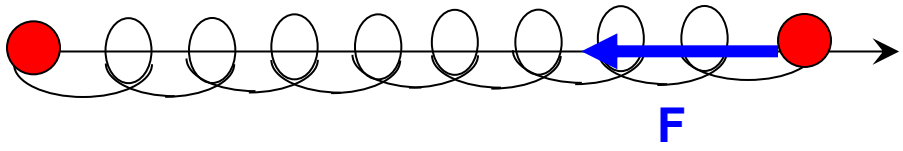
Raies d'émission moins fines

Apporte des renseignements sur la structure de la molécule

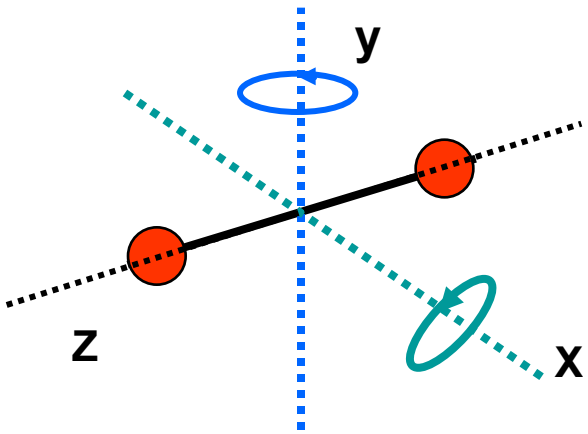


Spectroscopie : cas d'une molécule diatomique

deux atomes, de masses m_1 et m_2, liés par une force électrique F, (analogue à celle d'un ressort de raideur k) peuvent vibrer autour de leur position d'équilibre



Les 2 atomes peuvent aussi tourner autour d'axes perpendiculaires



Spectroscopie : cas d'une molécule diatomique

- **<u>énergies quantifiées</u> : fonction de nombres quantiques vibrationnels v et rotationnel j :**

$$E_{vib} = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\,\omega \qquad \mu = \frac{m_1\, m_2}{m_1 + m_2} \qquad \text{et} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

avec **v = 0, 1, 2, 3…**

$$E_{rot} = \frac{K}{I} j(j+1)\hbar^2$$

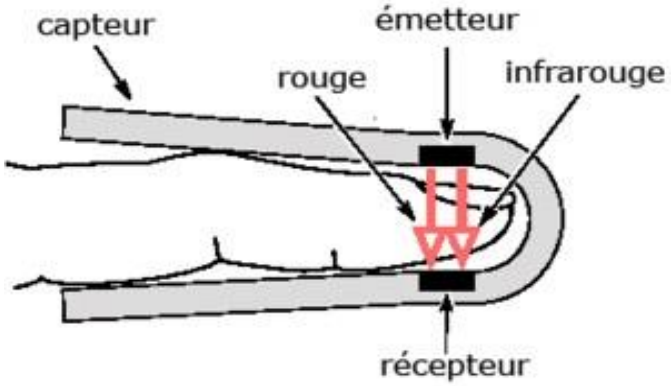
I = moment d'inertie, **K** = constante

avec **j = 0, 1, 2…**

Application médicale : l'oxymétrie de pouls

Deux formes d'hémoglobine dans le sang:

- l'oxyhémoglobine HbO_2 : maximum d'absorption dans l'infra-rouge.
- la désoxyhémoglobine Hb (ou hémoglobine réduite) : maximum d'absorption dans le rouge



Emetteur : source de 2 rayonnements :
λ = 660 nm (rouge)
λ = 990 nm (IR)

La valeur de la concentration en oxygène du sang artériel est ainsi déterminée à partir de la variation des coefficients d'absorption

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Application médicale

Rayons X



- Le 8 novembre 1895, Röntgen découvre les rayons X
- Le 22 novembre 1895, il réalise la premier cliché radiographique, celui de la main de son épouse Bertha.

Röntgen obtiendra le premier prix Nobel de physique en 1901.

Wilhelm Conrad Röntgen, physicien allemand, né en 1845, mort en 1923

Base de l'imagerie radiologique

rayons X et rayons γ (gamma) : même gamme d'énergie des photons

rayons X : origine atomique

rayons γ : origine nucléaire

rayonnements électromagnétiques de même nature

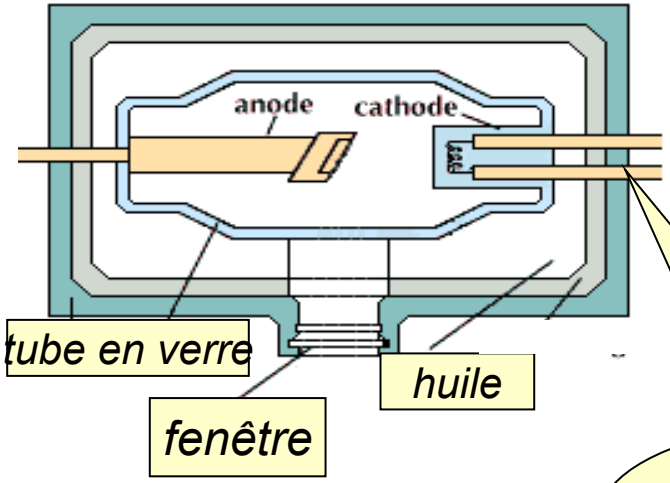
utilité en fonction de leur énergie **20 keV → GeV**

diagnostic **thérapie**

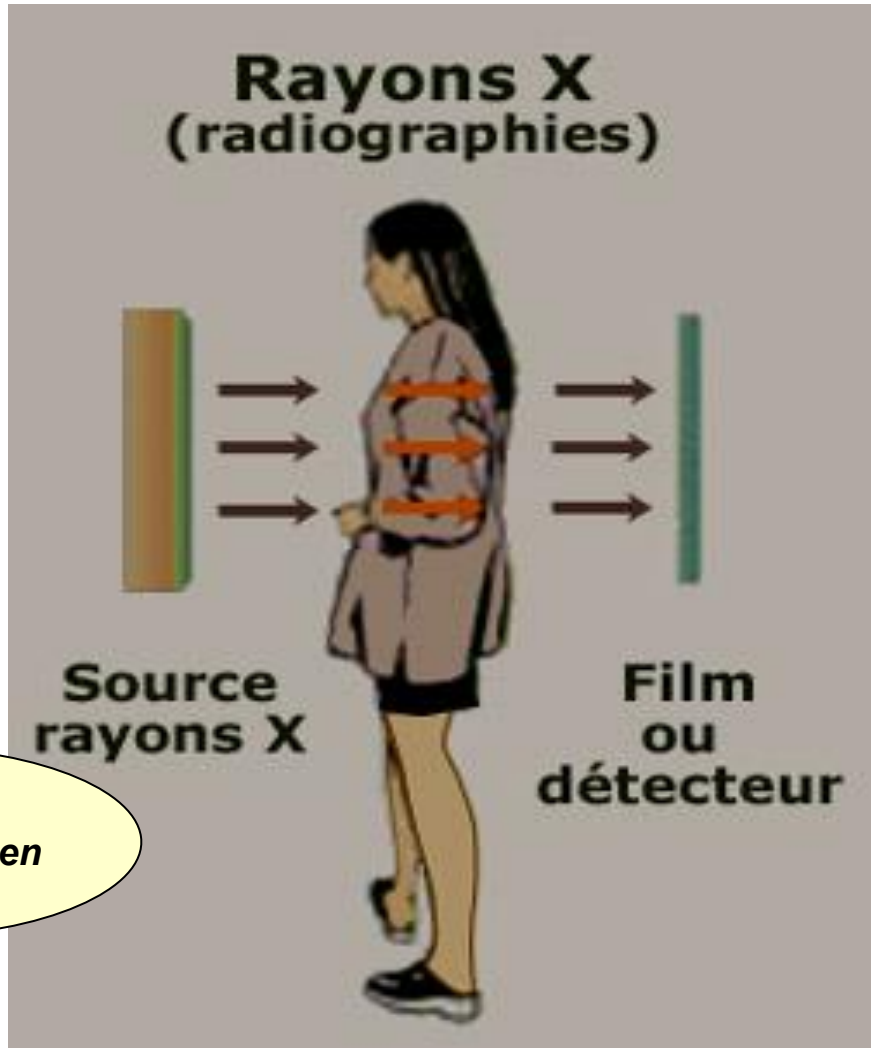
- **radioscopie, radiographie standard, radiologie numérisée**
- **tomodensitométrie X (scanner X)**
- **radiologie interventionnelle**

Le tube radiogène de Coolidge

Source des rayons X (tube de Coolidge) à l'extérieur du patient



enveloppe de protection en plomb



Le tube radiogène de Coolidge

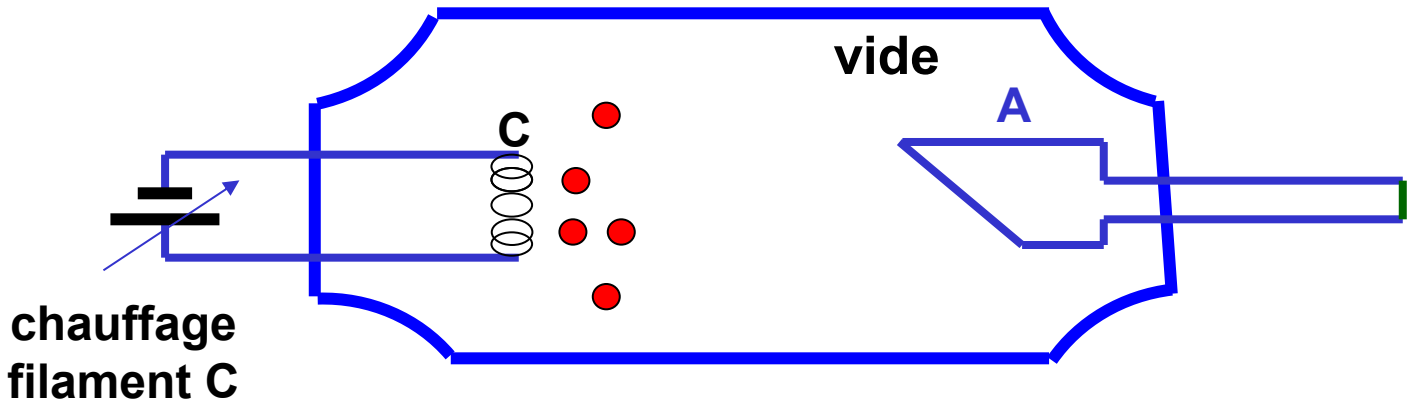
Le tube de Coolidge



Le tube radiogène de Coolidge

1°) Production d'électrons (par la cathode C)

Filament de Tungstène chauffé (effet thermoélectronique)

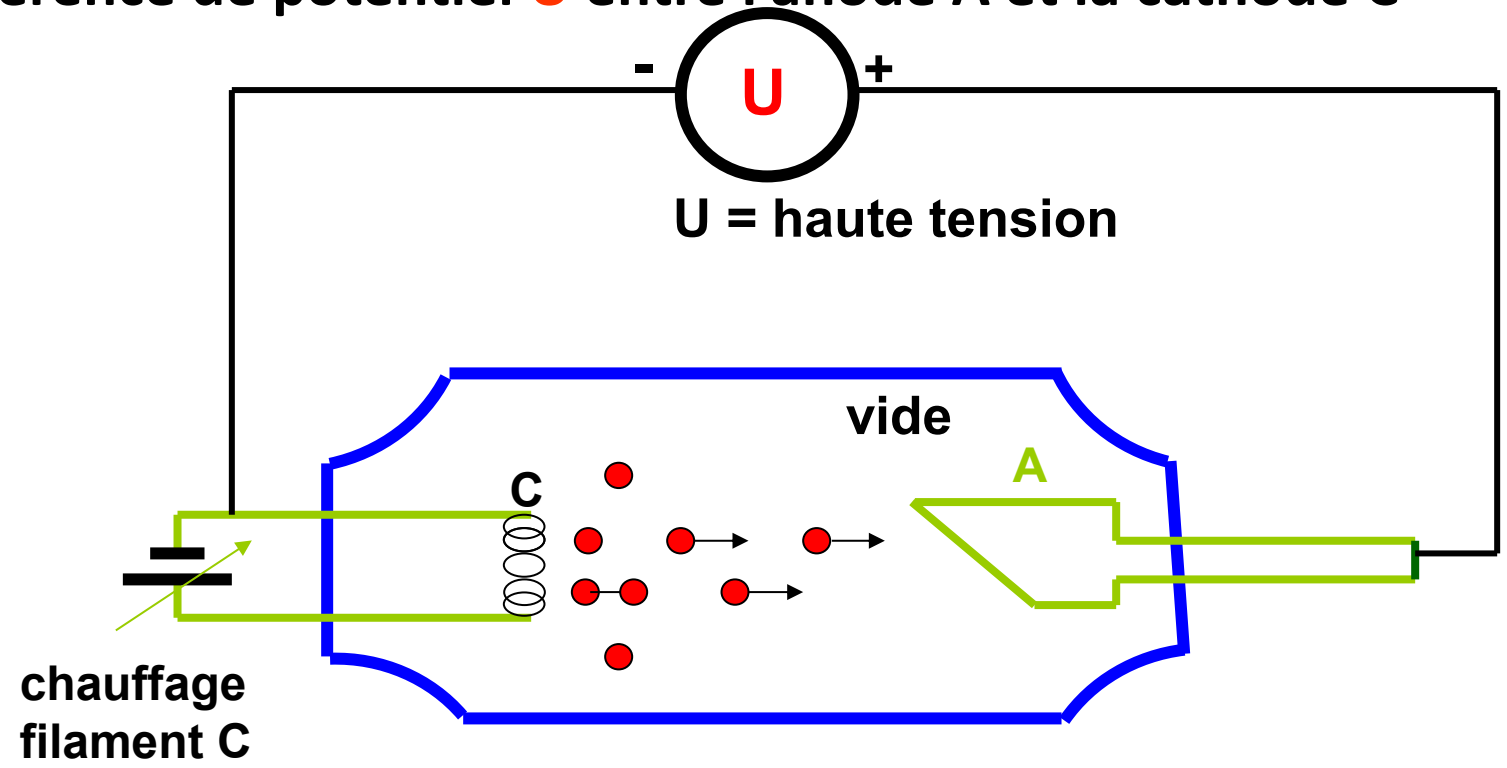


C : cathode métallique

Le tube radiogène de Coolidge

2°) Accélération des électrons

Différence de potentiel U entre l'anode A et la cathode C

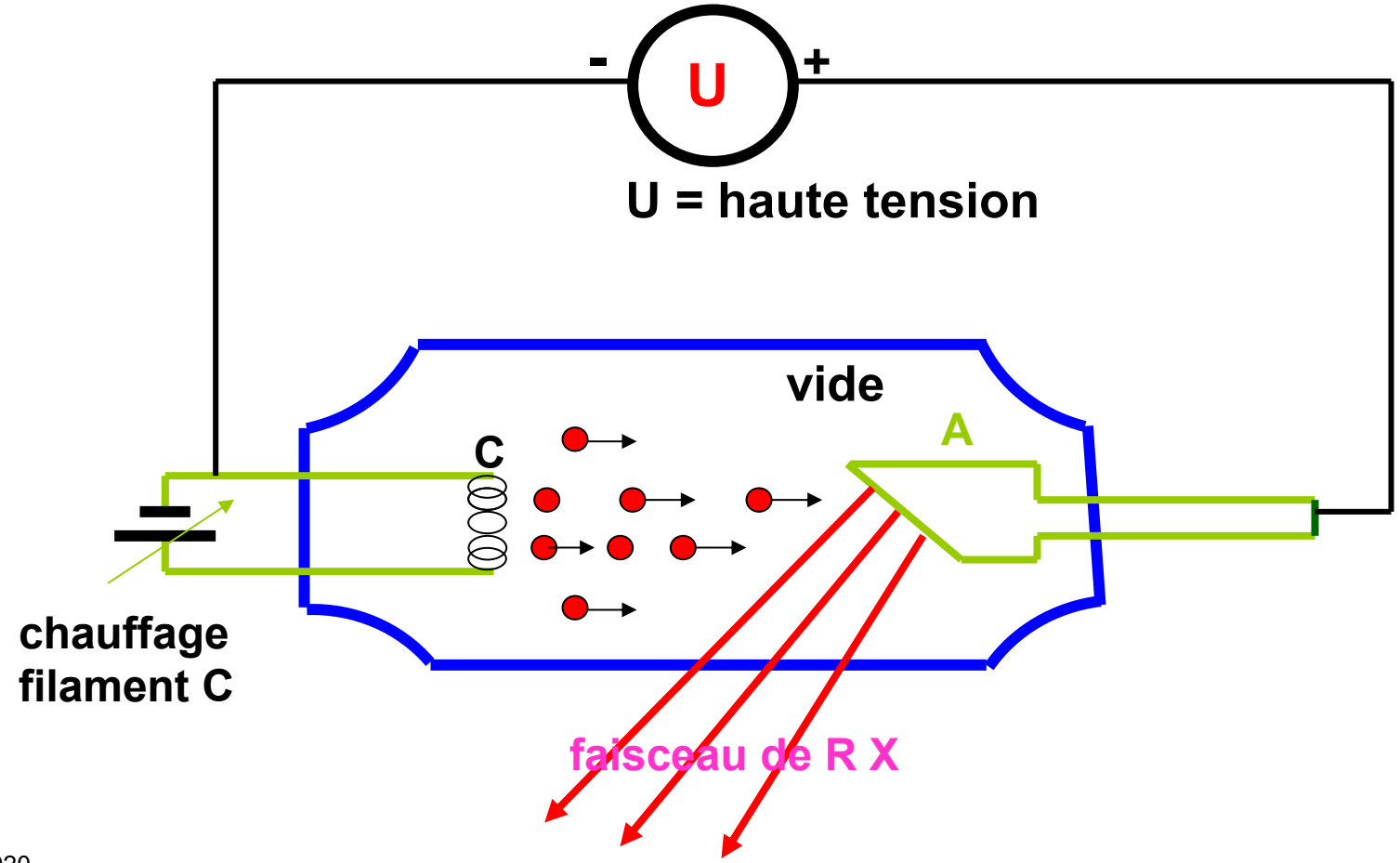


U variable : U = 20 à 150 kV
(radiodiagnostic)

$$U = V_A - V_C$$

Le tube radiogène de Coolidge

3°) Interaction des électrons accélérés, avec les atomes et les noyaux de la cible (anode A) Production de Rayons X



Le tube radiogène de Coolidge

flux des électrons

Courant i anodique entre anode A et cathode C

Les électrons acquièrent une energie cinétique E_c

$$E_c = (-e) \times (-U) = eU \qquad U = V_A - V_C$$

$q_e = -e =$ charge de l'électron

E_c (en keV) numériquement égale à U (en kV)

flux des photons X

L'énergie maximale des photons émis, lors d'une interaction avec le noyau, aura lieu quand toute l'énergie cinétique E_c des électrons incidents sera convertie en photons

Le tube radiogène de Coolidge

anode : cible métallique

matériau de l'anode A :
tungstène 74 et rhénium 75

température de fusion élevée : 3370°C

cas des installations de puissance élevée:

anode tournante *: (≈ 9000 tours/minute)*
répartition de la chaleur sur l'anode

- **puissance rayonnée Φ**

= énergie totale rayonnée par le tube, par unité de temps

$$\Phi = K\, i\, Z\, U^2$$

K : constante
Z : numéro atomique de la cible A
U : tension accélératrice
i : intensité du courant anodique

en unités SI : F en Watt

Le tube radiogène de Coolidge

- **rendement du tube de Coolidge**

  - puissance rayonnée Φ

    $$\Phi = K\ i\ Z\ U^2$$

  - puissance électrique fournie :

    $$P = U\ i$$

  - définition rendement R

    $$R = \frac{\Phi}{P}$$

    $$R = K\ Z\ U$$

meilleur rendement
U élevé
Z élevé

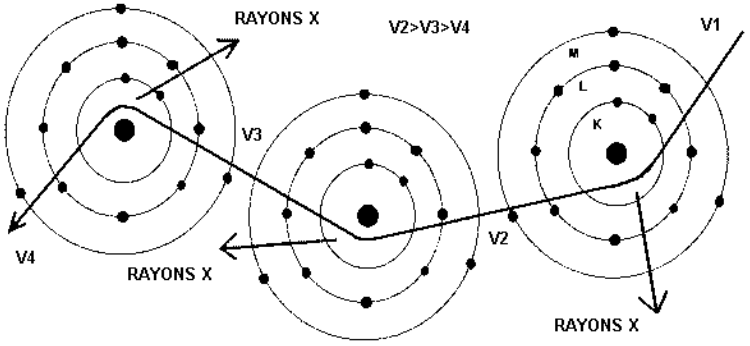
remarque :
rendement très faible (chaleur)
≈ 1 % pour Z = 74 et U = 100 kV

Propriété du rayonnement X

double origine du rayonnement X :

1) Interaction d'un électron incident avec un noyau de la cible

perte d'énergie émise sous forme de photons X (rayonnement X de freinage)



PRODUCTION DE RAYONNEMENT X DE FREINAGE

2) Interaction d'un électron incident avec un électron d'un atome de la cible

émission de raies de fluorescence X provenant de transitions entre couches de l'atome cible

Le rayonnement X de fluorescence

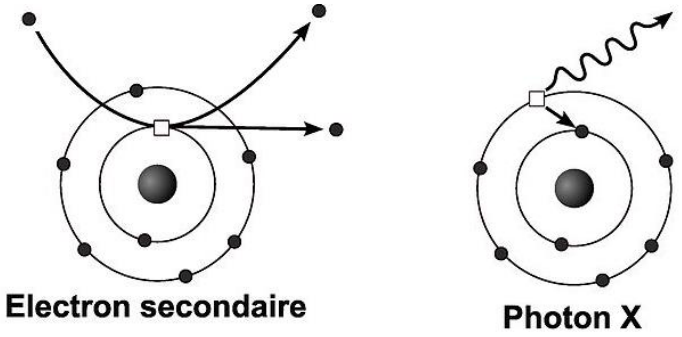
Origine : collisions entre électrons incidents rapides et atomes de la cible

⇒ ionisations et excitations

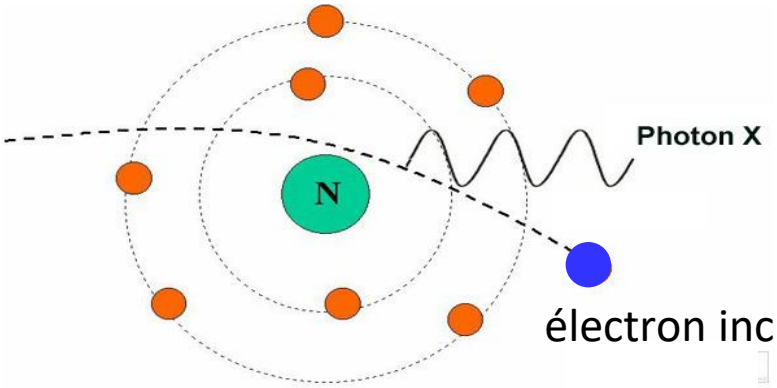
⇒ photons X de fluorescence et électrons Auger

spectre discontinu de raies X caractéristiques de la nature de l'anode

rôle mineur en radiologie



Le rayonnement X de freinage



Freinage des électrons incidents lors de leur passage près d'un noyau atomique

apparition d'un rayonnement électromagnétique de « freinage » appelé « Bremsstrahlung » : spectre continu

rôle primordial en imagerie médicale

Le spectre des rayons X

spectre des rayons X : nombre de photons N_0 émis (ou intensité) en fonction de leur énergie $E_{(keV)}$

spectre continu (rayonnement de freinage)

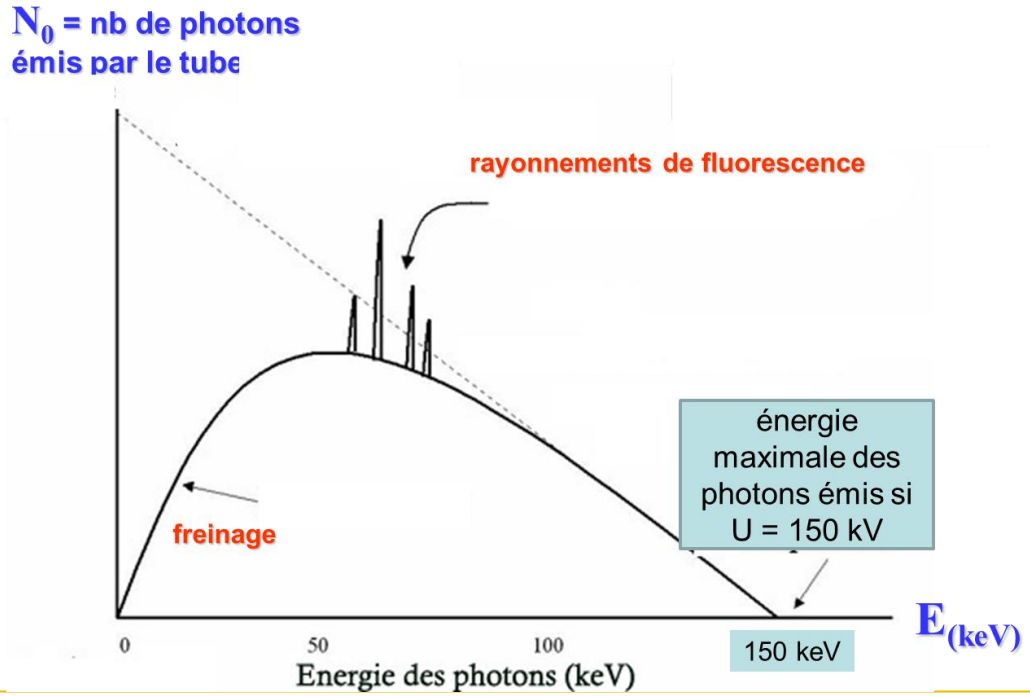
spectre discontinu (raies de fluorescence)

Valeur maximale de l'énergie du rayonnement X de freinage = e U

e : charge de l'électron

U : tension accélératrice

Spectre pour un tube 150kV



Longueur d'onde minimale du rayonnement de freinage

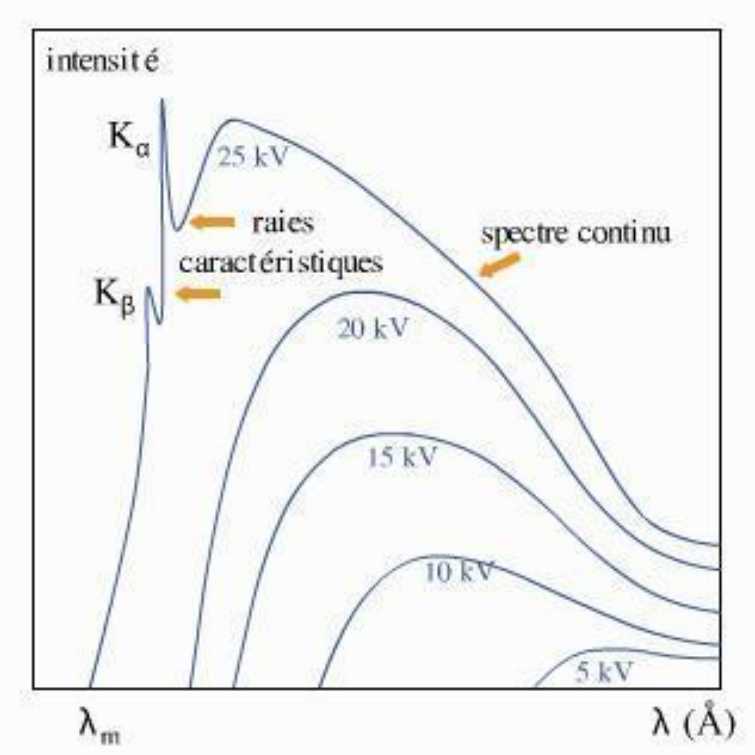
valeur maximale de l'énergie des photons X de freinage = E_c des électrons incidents

$$E_{\text{max photons}} = E_{\text{c électrons}}$$

$$E_{\text{c électrons}} = e\,U$$

$$E_{\text{max photons}} = h\,\nu_{\text{max}} = h\,\frac{c}{\lambda_{\text{min}}}$$

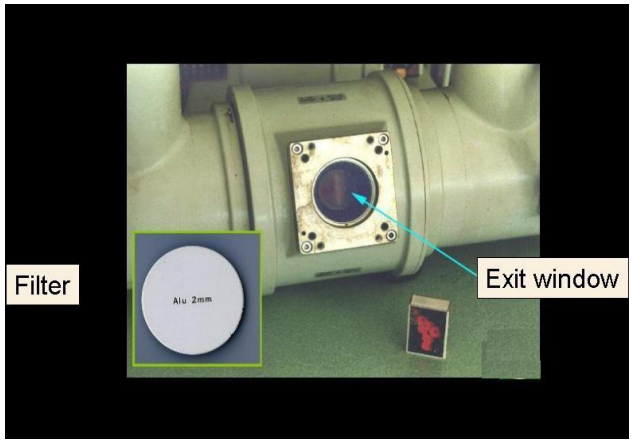
$$\lambda_{\text{min}} = \frac{h\,c}{e\,U}$$



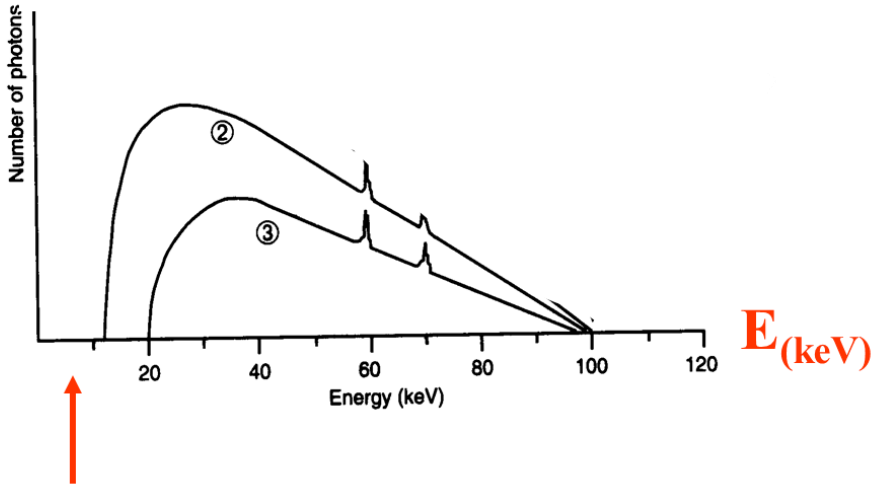
$$\lambda_{\text{min}}\ (\text{nm}) = \frac{1240}{U\ (\text{Volts})}$$

Notion de radioprotection

nécessité d'une filtration additionnelle



N_0 = nb de photons émis par le tube



filtration des photons de basse énergie

Les photons de faible énergie sont absorbés dans les premiers cm des tissus ; ils ne servent pas à la formation de l'image, mais contribuent fortement à la dose à l'entrée

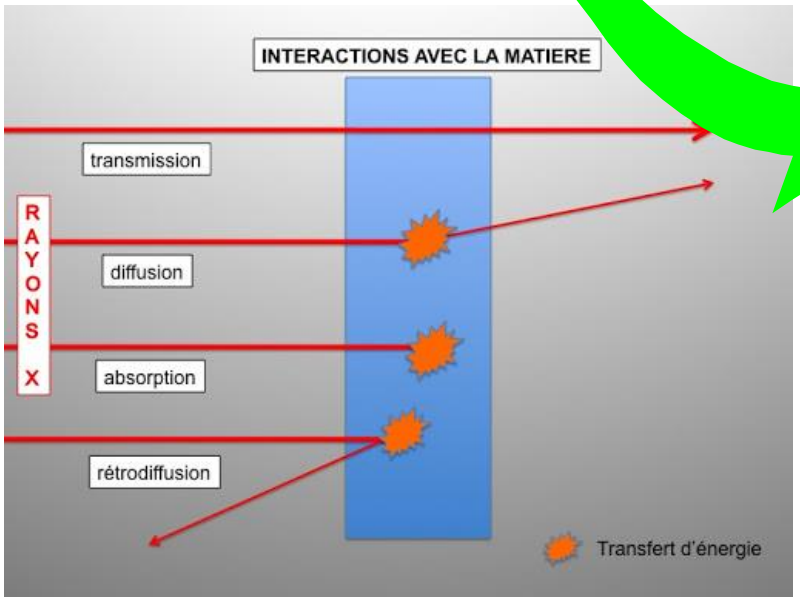
Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Les paramètres caractéristiques de l'interaction

Les photons transportent de l'énergie

Interaction du rayonnement avec des tissus

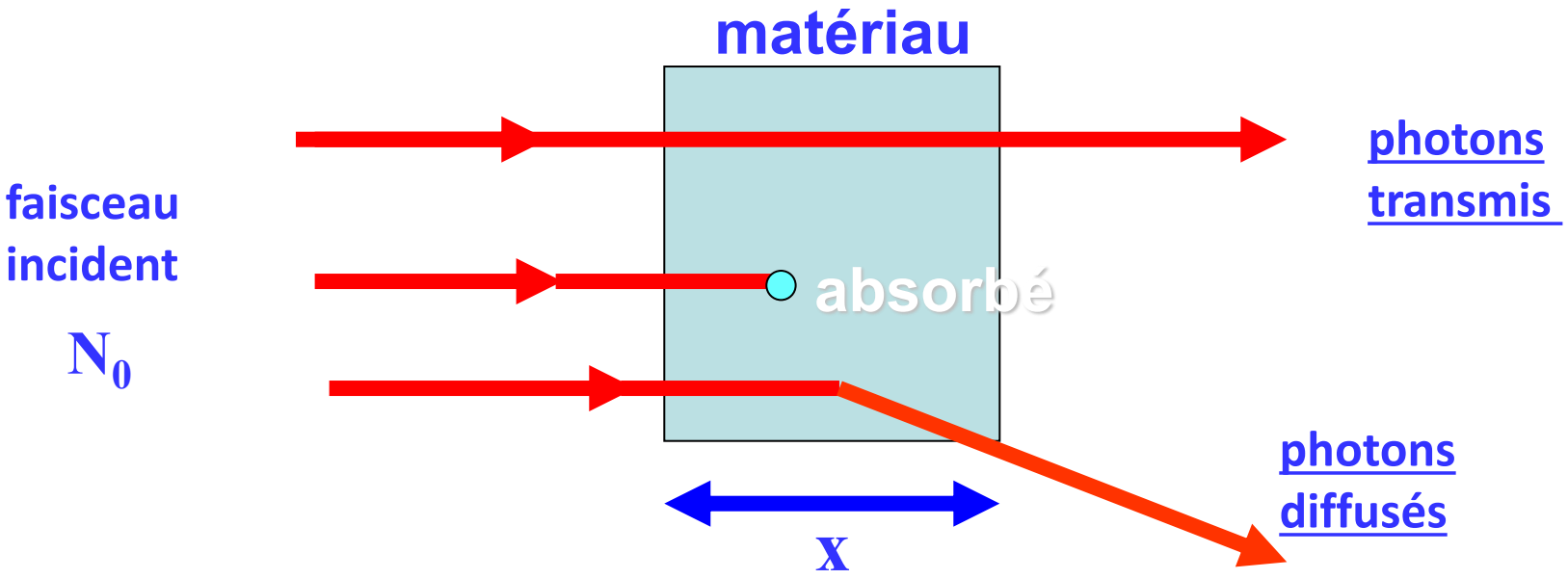


Une partie ou la totalité de cette énergie est transférée aux atomes des tissus biologiques

Coefficient d'atténuation linéaire

Premier paramètre μ :
coefficient d'atténuation linéaire global du matériau

atténuation du faisceau à la traversée d'un matériau

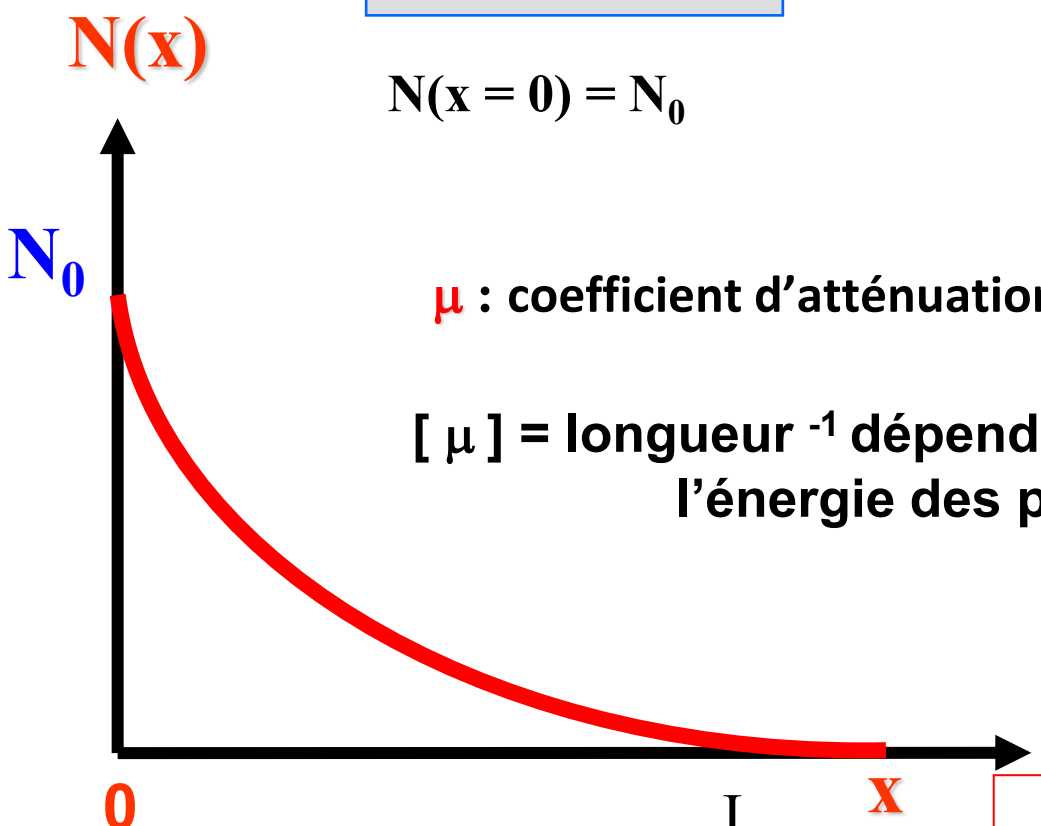


Coefficient d'atténuation linéaire

variation de N en fonction de l'épaisseur x traversée :

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x}$$

Nb photons ou intensité $\Leftrightarrow$ $$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$



$N(x = 0) = N_0$

μ : coefficient d'atténuation (ou) d'absorption linéaire

[μ] = longueur $^{-1}$ dépend de la nature du milieu et de l'énergie des photons incidents

Loi de Beer-Lambert $$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x$$

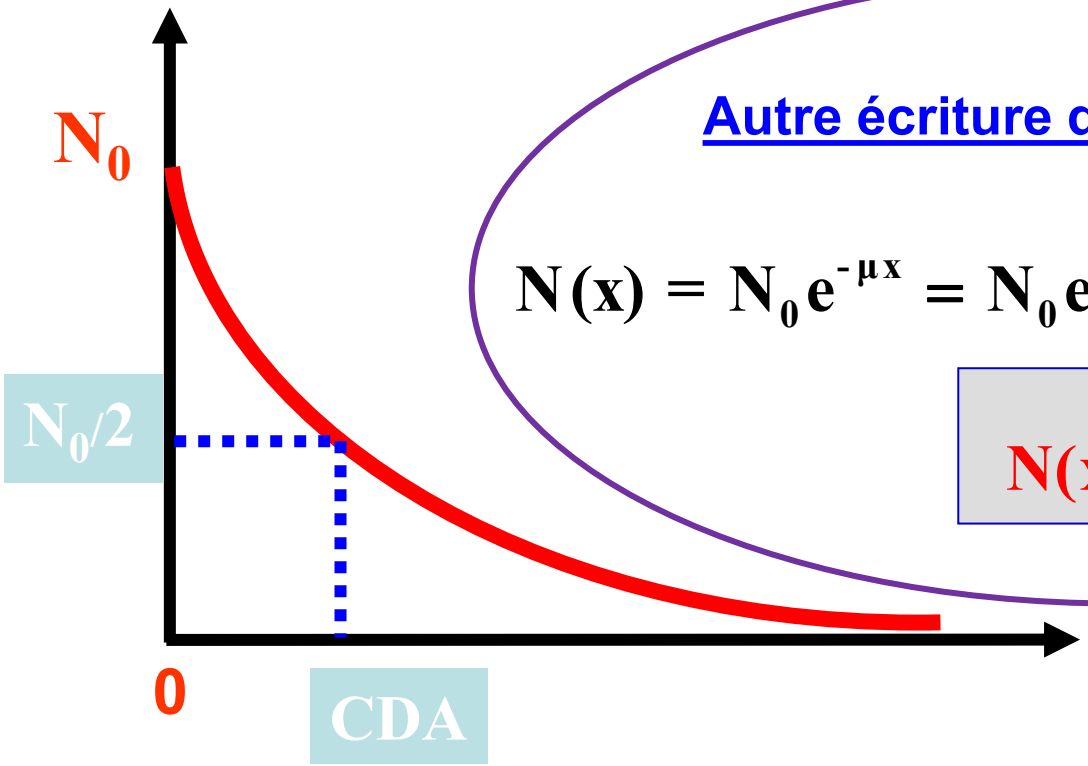
$$\text{Absorbance } A = \log_{10} \frac{I_0}{I} = \frac{\mu x}{2,3}$$

Couche de Demi Atténuation (CDA)

$$N(x=0) = N_0$$

$$N(x=CDA) = \frac{N(x=0)}{2}$$

$$CDA = \frac{\ln 2}{\mu} \approx \frac{0,693}{\mu}$$



Autre écriture de la variation de N(x)

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{CDA} x} = N_0 \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{x}{CDA}}$$

$$N(x) = N_0 \, 2^{-\frac{x}{CDA}}$$

[CDA] = Longueur

Couche de Demi Atténuation

Remarques

$$N(x) = N_0\, 2^{-\frac{x}{CDA}}$$

$$N(x = n\ CDA) = N_0\, 2^{-\frac{n\ CDA}{CDA}}$$

$$N(x = n\ CDA) = \frac{N(x=0)}{2^n} = N_0\, \frac{1}{2^n}$$

$$CDA = \ln(2)/\mu$$

$$I(x) = I(x=0).\exp(-\mu.x)$$

$$I(\mathrm{nCDA}) = I(x=0)/2^n$$

si n = 10

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{1000} \approx \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \rightarrow 10\ \mathrm{CDA}$$

un écran d'épaisseur 10 CDA laisse passer environ 1 photon sur 1000

Coefficient d'atténuation massique global

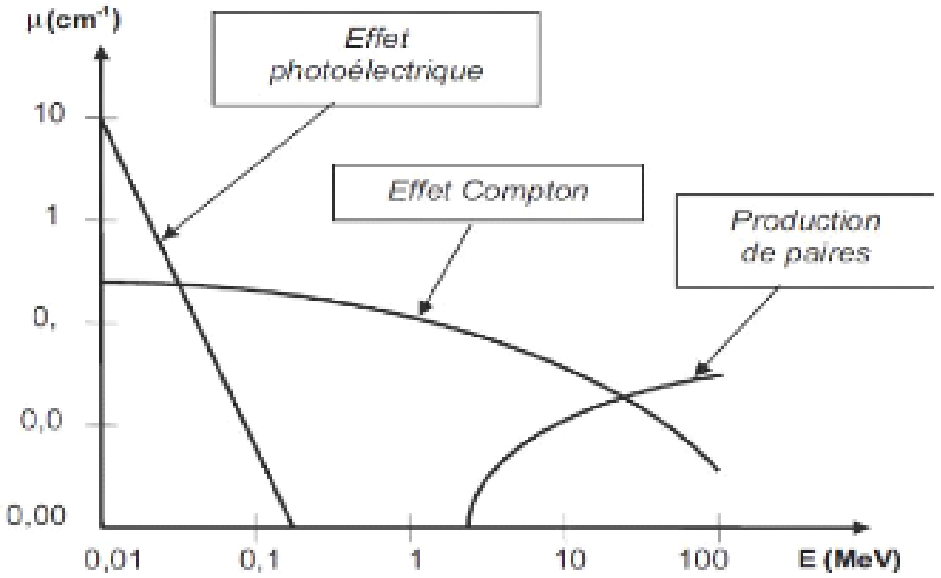
$\frac{\mu}{\rho}$ = **coefficient massique global d'atténuation**

μ : **coefficient linéaire global d'atténuation**

ρ : **masse volumique du matériau**

$$[\, m / r \,] = L^2 M^{-1}$$

Unité SI : $m^2.kg^{-1}$



Les causes de l'atténuation du faisceau de photon

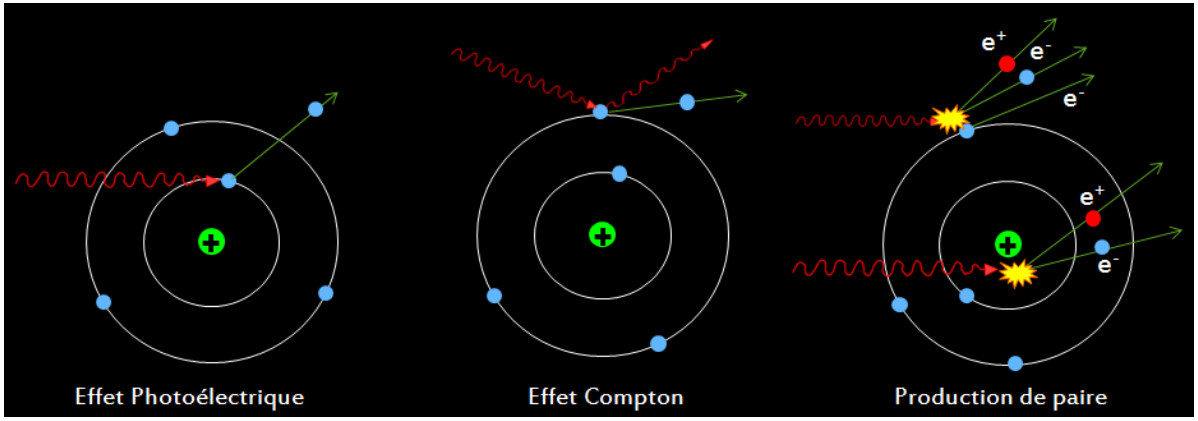
Trois types d'interactions élémentaires des photons ionisants avec la matière

avec les électrons :

- **effet Compton**
- **effet photoélectrique (déja vu)**

avec les noyaux des atomes

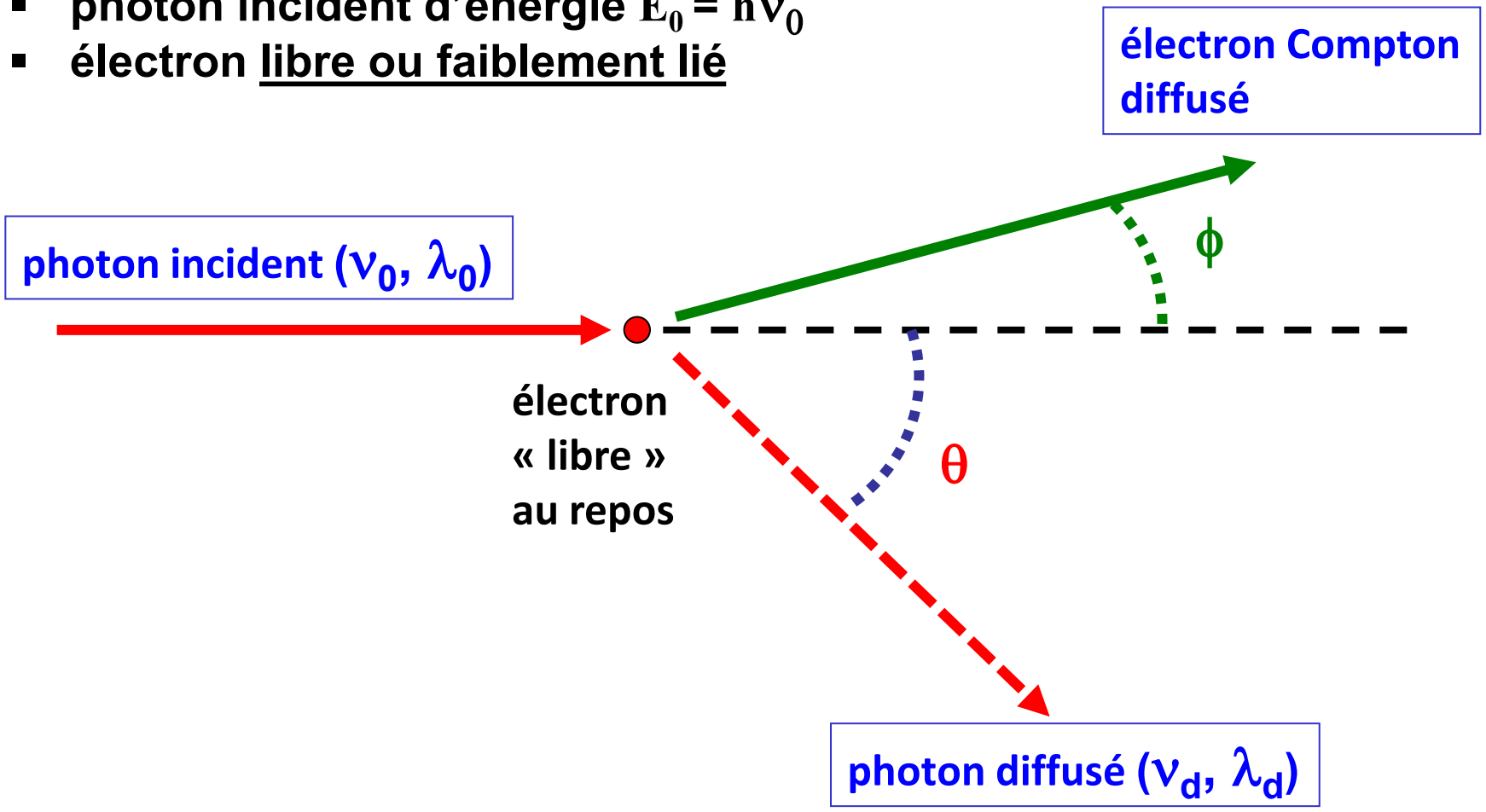
- **matérialisation**



L'effet Compton

effet Compton : choc « élastique » photon-électron

- photon incident d'énergie $E_0 = h\nu_0$
- électron <u>libre ou faiblement lié</u>



L'effet Compton

Calcul de la longueur d'onde λ_d et de l'énergie E_d du photon diffusé :

Résolution des équations de conservation (énergie et quantité de mouvement) => hors programme

$$\Delta\lambda = \lambda_d - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

λ_d : longueur d'onde du photon diffusé

λ_0 : longueur d'onde du faisceau incident

θ : angle de diffusion du photon

$\frac{h}{m_e c}$ (longueur d'onde Compton) $\approx$ 2,4 pm

L'effet Compton, répartition de l'énergie

avant le choc

photon incident $E_{incident} = E_0 = h\,\nu_0$ électron au repos

après le choc

énergie de l'électron Compton diffusé :

énergie cinétique de l'électron = énergie absorbée E_a par le matériau

❖ **énergie du photon Compton (ou de recul) diffusé**

énergie diffusée hors du matériau $E_d = h\,\nu_d$

L'effet Compton Répartition de l'énergie

- **énergie E_d du photon diffusé :**

$$E_d = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

- **énergie absorbée E_a = énergie cinétique E_c de l'électron Compton**

$$E_a = E_c = E_0 - E_d$$

L'effet Compton : cas particulier

cas particuliers :

- **choc tangentiel** : $\theta = 0°$ $\quad \cos 0 = 1$ $\quad$ E_d maximale, E_a minimale

$$E_{d\,max} = E_0 \quad \text{et} \quad E_a = 0$$

- **choc frontal** : $\theta = 180°$ (rétrodiffusion) $\quad \cos \pi = -1$ $\quad$ E_d minimale, E_a maximale

$$E_{d\,min} = \frac{E_0}{1 + \frac{2E_0}{m_e c^2}} \qquad E_a = E_0 \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{m_e c^2}} \right)$$

L'effet Compton : coefficient d'atténuation

- **coefficient d'atténuation linéaire** σ

$$[\,\sigma\,] = L^{-1} = \text{longueur}^{-1}$$

- **coefficient d'atténuation massique** σ / ρ

ρ = masse volumique du matériau

$$[\,\sigma / \rho\,] = L^2 M^{-1} = (\text{longueur})^2\ (\text{masse})^{-1}$$

≈ indépendant de la nature du matériau cible

décroît lentement quand E_0 augmente

L'effet photoélectrique

transfert total de l'énergie du photon incident à un électron atomique de la cible qui est éjecté

condition : $E_0 \geq$ énergie de liaison W_ℓ de l'électron

choc inélastique : absence de photon diffusé ≠ effet Compton

conservation de l'énergie

$$E_0 = h\nu_0 = W_\ell + E_c$$

- **énergie photon incident**
- **énergie de liaison de l'électron**
- **énergie cinétique du photoélectron**

❖ **interprétation Einstein : prix Nobel en 1905**

L'effet photoélectrique : conséquences

- **électron éjecté (photoélectron)**

perte progressive de son énergie cinétique
⇒ ionisations et excitations secondaires en cascade

énergie absorbée par le matériau cible

- **atome ionisé**

place vacante : lacune

effets secondaires : réarrangement du cortège électronique
⇒ photons de fluorescence
⇒ électrons Auger

L'effet photoélectrique : coefficient d'atténuation

coefficient d'atténuation linéaire : τ

coefficient d'atténuation massique τ / ρ

relation approchée : **Bragg et Pierce**

$$\frac{\tau}{\rho} = K \frac{Z^3}{E_0^3} = K' Z^3 \lambda_0^3$$

Z : numéro atomique

K, K' : constantes

λ_0 : longueur d'onde du faisceau incident

E_0 : énergie du photon incident

Probabilité de l'effet photoélectrique importante pour :

- **éléments lourds**
- **photons incidents peu énergétiques**

En résumé

❖ **probabilité de l'effet photoélectrique :**

- **dépend de la nature des tissus traversés**
  - **plus importante pour les tissus de Z élevé**

exemple : effet photoélectrique >> os (présence de calcium) par rapport aux muscles (eau)

effet photoélectrique à l'origine du contraste entre les tissus et donc de l'image

❖ **probabilité de l'effet Compton :**

≈ indépendant de la nature des tissus traversés

Effet Compton à l'origine du flou dans les images radiologiques

Nécessité de se protéger de ces rayonnements diffusés

La matérialisation (création de paires)

photon incident très énergétique d'énergie E_0 passant au voisinage d'un noyau

matérialisation : création de paires (e^-, e^+)

condition $E_0 \geq 2\, m_e c^2 \Rightarrow E_0 \geq 1{,}022$ MeV

(masse électron = masse positon)

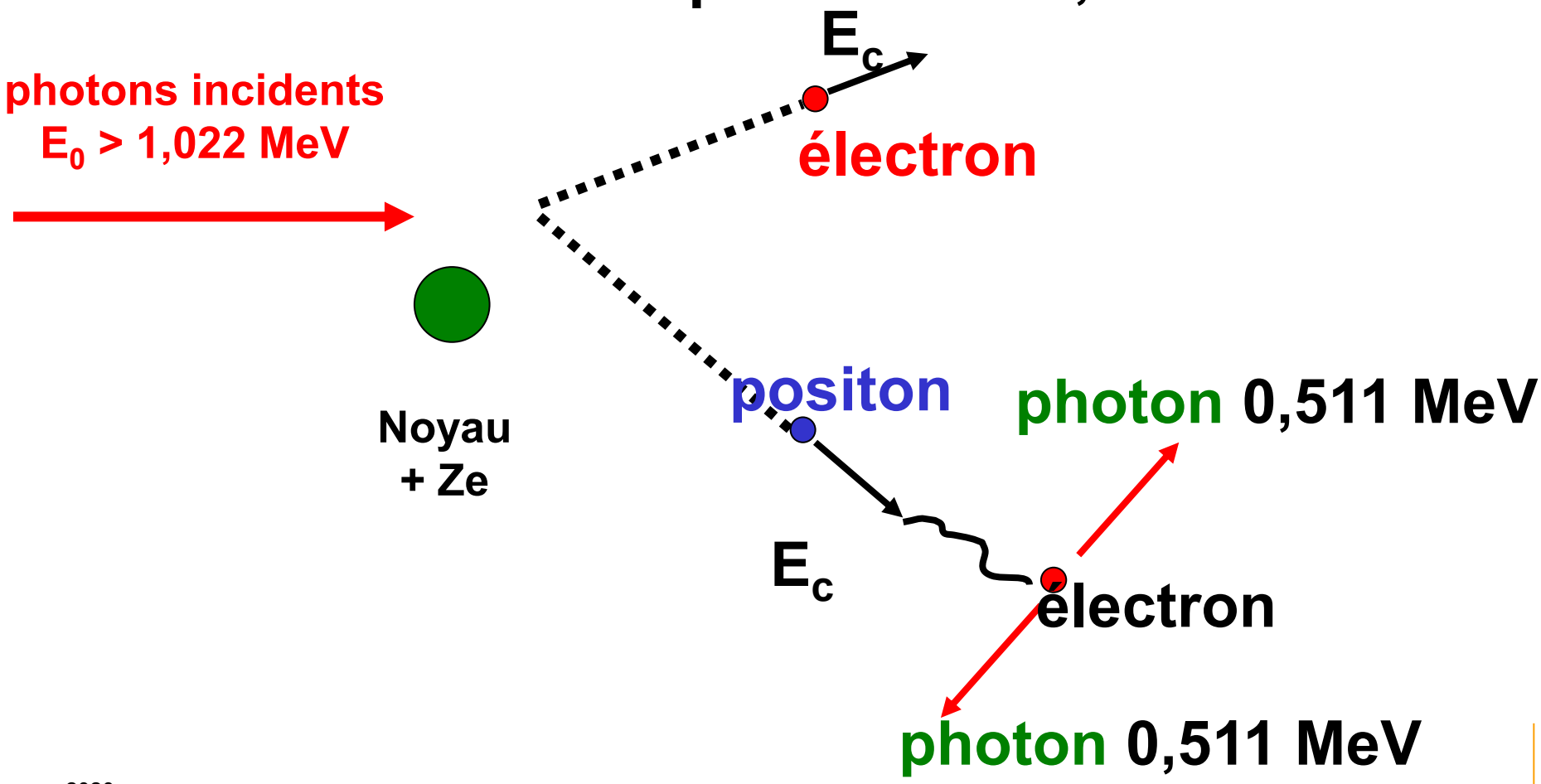
effets secondaires :

électron et positon créés ⇒ ionisations et/ou excitations des atomes

La matérialisation (création de paires)

fin de parcours du positon : annihilation

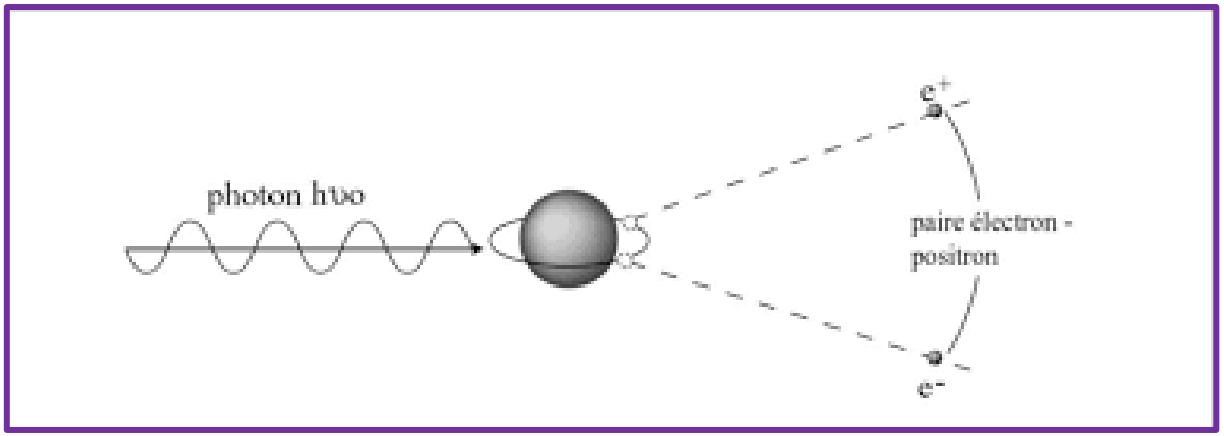
⇒ création de 2 photons de 0,511 MeV



La matérialisation : coefficient d'atténuation

variation du coefficient d'atténuation linéaire π :

- **nul pour $E_0 < 1{,}022$ MeV**
- **augmente quand E_0 augmente**
- **augmente quand Z augmente**



Coefficient d'atténuation Global

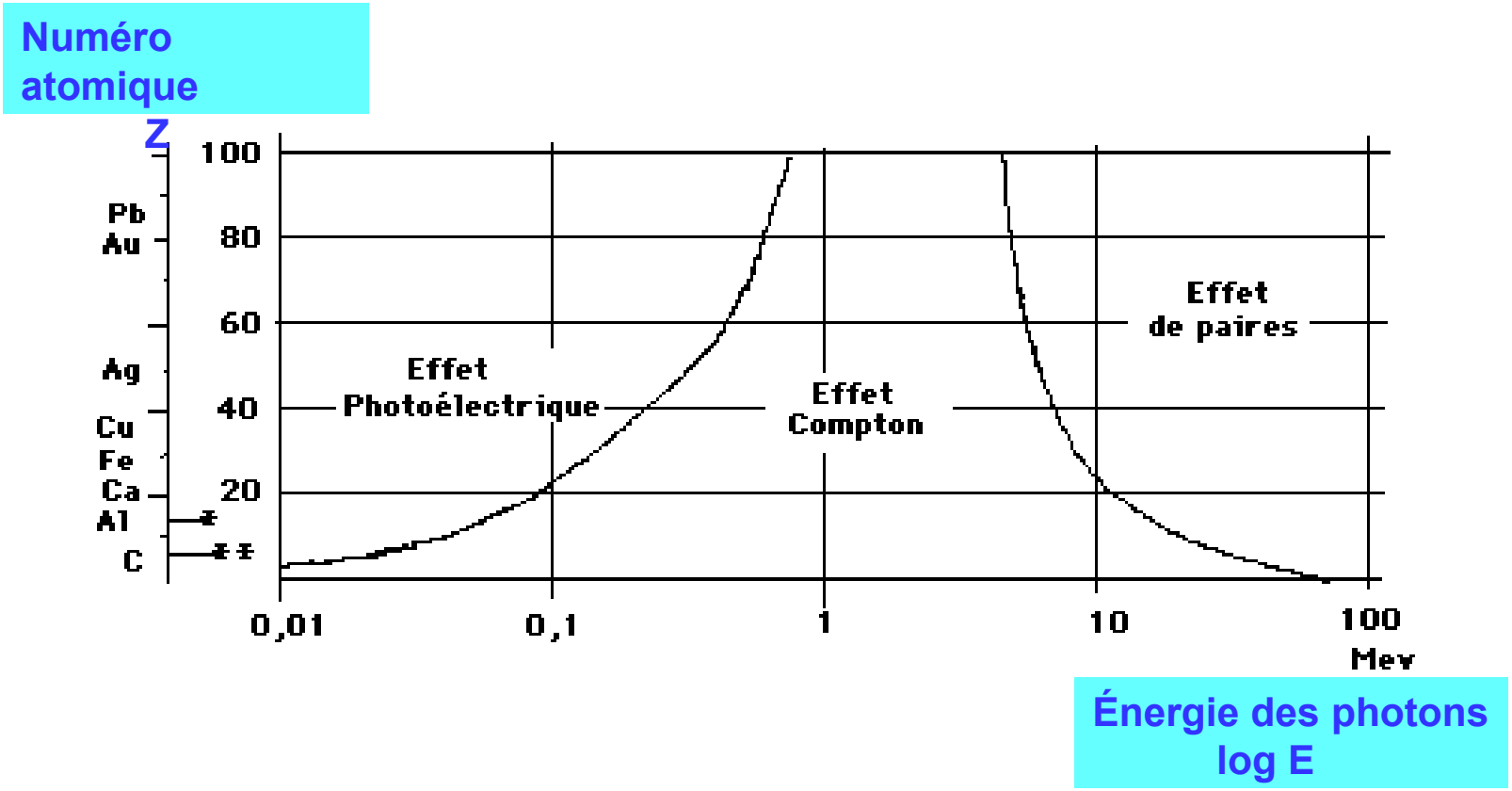
Coefficient d'atténuation linéaire global en fonction des coefficients d'atténuation élémentaires

$$\mu = \tau + \sigma + \pi$$

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\pi}{\rho}$$

$$N = N_0 e^{-\mu x} = N_0 e^{-\tau x} e^{-\sigma x} e^{-\pi x}$$

Comparaison des effets élémentaires



DOMAINES DES DIFFERENTES

Comparaison des effets élémentaires

ordres de grandeur :

matériau	énergie incidente	effet prédominant
eau	$E_0 < 50$ keV	photoélectrique
	50 keV $< E_0 <$ 20 MeV	Compton
	$E_0 >$ 20 MeV	matérialisation
plomb	$E_0 < 500$ keV	photoélectrique
	500 keV $< E_0 <$ 1 MeV	Compton
	$E_0 >$ 1 MeV	matérialisation

Plan

- Aspects ondulatoire et corpusculaire des rayonnements électromagnétiques
- Classement des rayonnements électromagnétiques
- Les sources atomiques et moléculaires des rayonnements
- Absorption, émission et transmission des rayonnements électromagnétiques
- Les rayons X
- Interaction Photon-Matière
- Principe de l'imagerie radiologique. Le scanner X

Quelques définitions

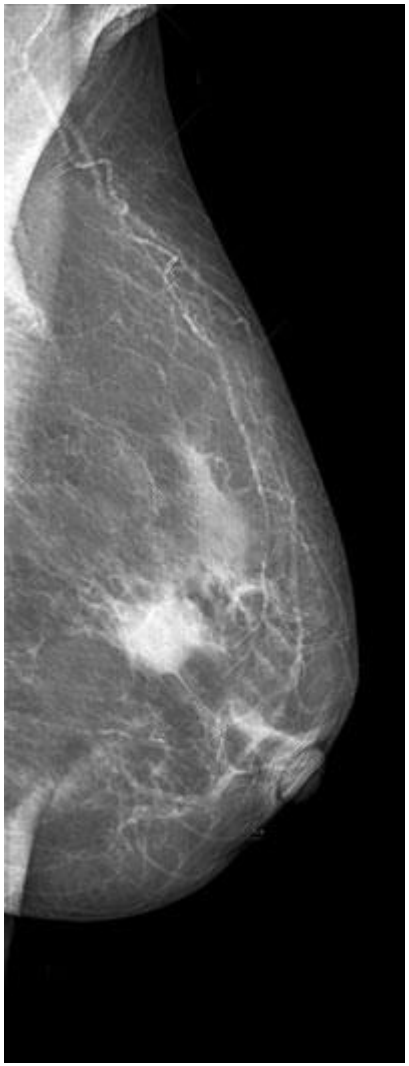
principe : **photographie en négatif**

les zones claires du cliché correspondent aux tissus qui ont absorbé (ou dévié) les rayons X incidents

absorption

d'autant plus forte que le tissu traversé est dense, c'est-à-dire que sa masse volumique est élevée

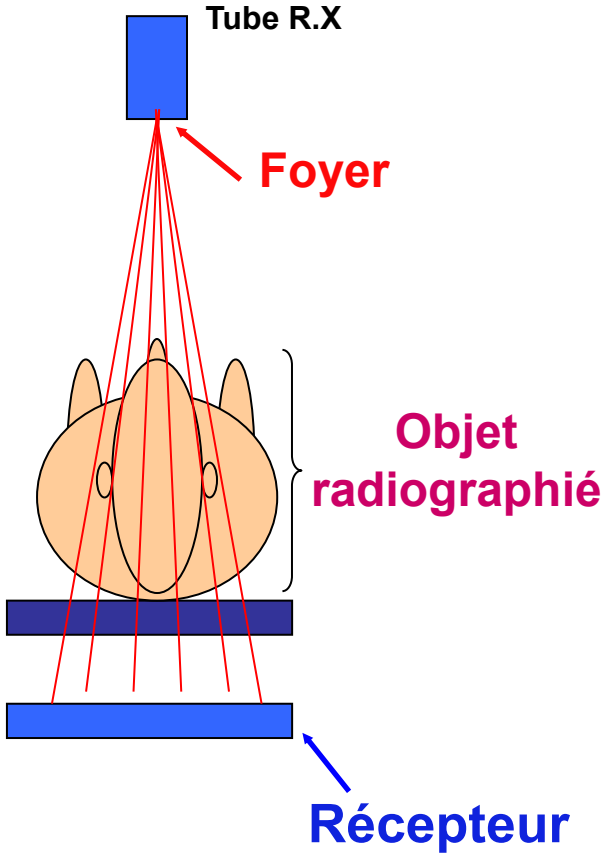
contraste élevé entre les os (zones claires) et les tissus mous (zones plus sombres)



Quelques définitions

N_0 : nb de photons X incidents

N(x) : nb de photons X transmis après la traversée d'un tissu homogène d'épaisseur **x**



photons transmis :

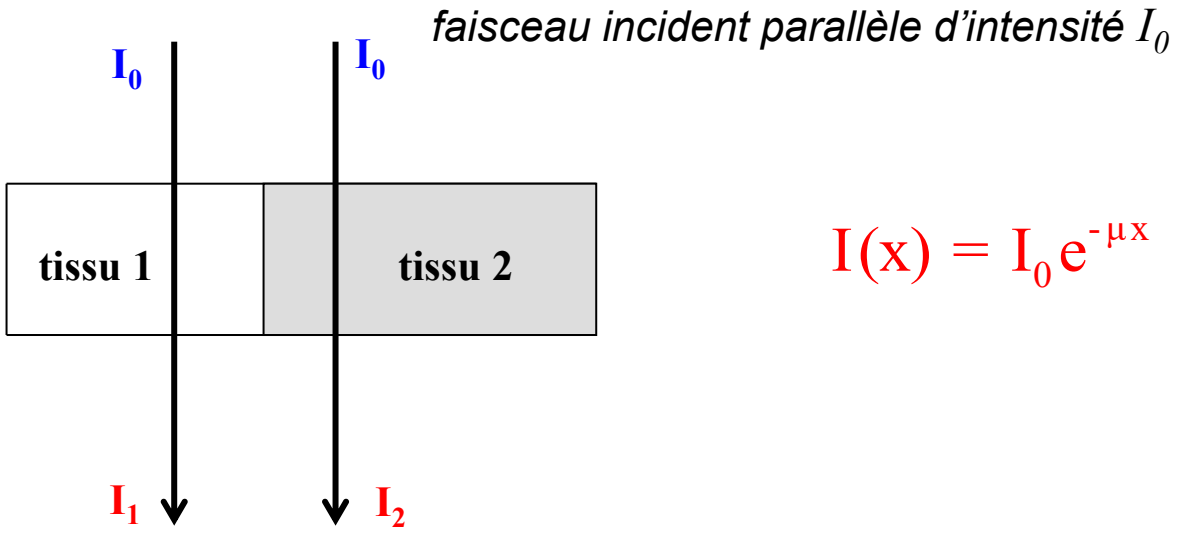
$$N(x) = N_0 e^{-\mu x}$$

μ : coefficient linéaire d'atténuation (ou d'absorption) du tissu biologique

μ varie suivant la nature du tissu

Contraste entre deux tissus dans une image radiologique

I_0 : intensité incidente ; I_1 et I_2 intensités transmises



$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

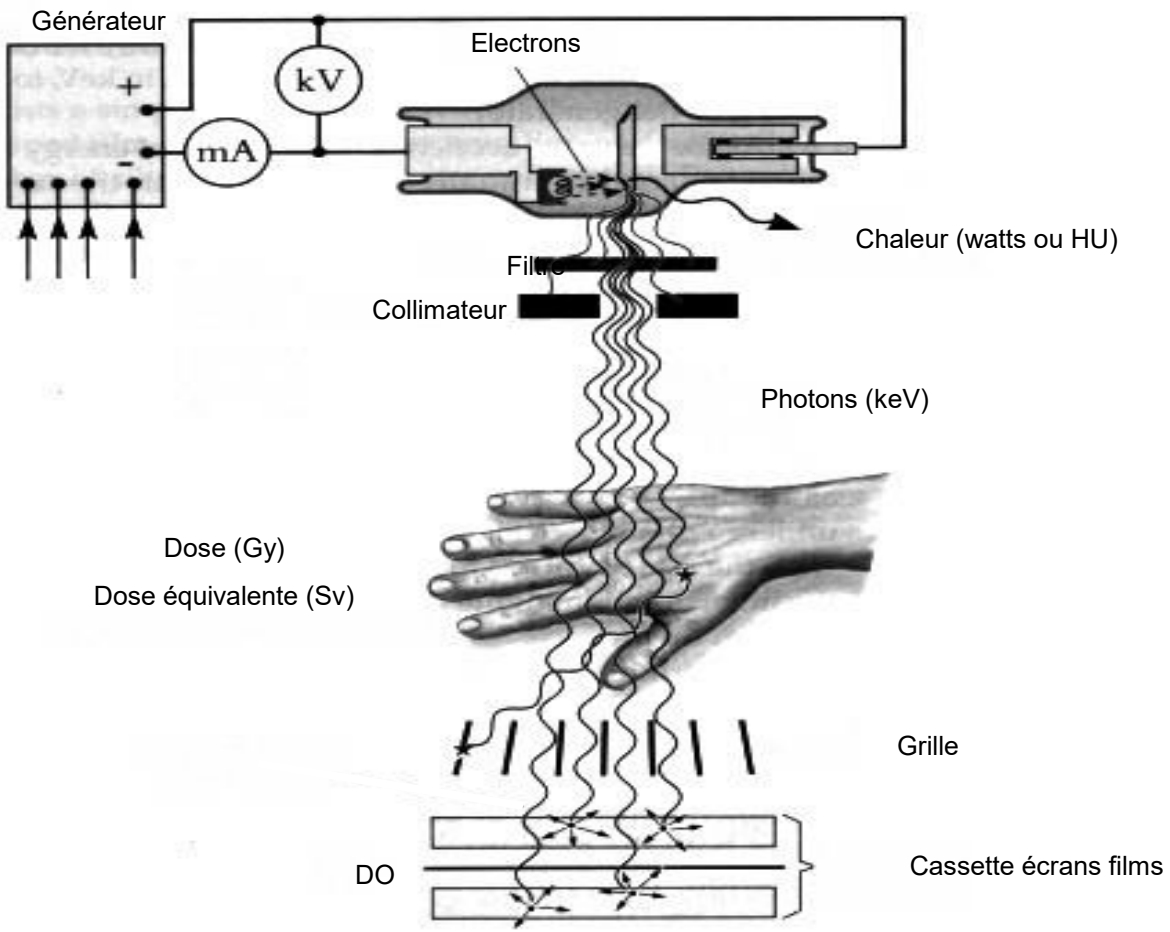
$$C = \frac{|I_2 - I_1|}{I_2 + I_1}$$

Amélioration du contraste

produits très atténuants : baryum, iode…

produits peu atténuants : CO_2, azote…

Radiologie X conventionnelle



Gammes d'énergie des rayons X en fonction de la tension

l'énergie des photons X est réglée en fonction du type d'examen :

- **rayons X mous : 25 kV < U < 50 kV**
  mammographie, radiographie des petits os

- **rayons X intermédiaires : 60 kV < U < 70 kV**
  radiographies de l'épaule, du rachis, du bassin

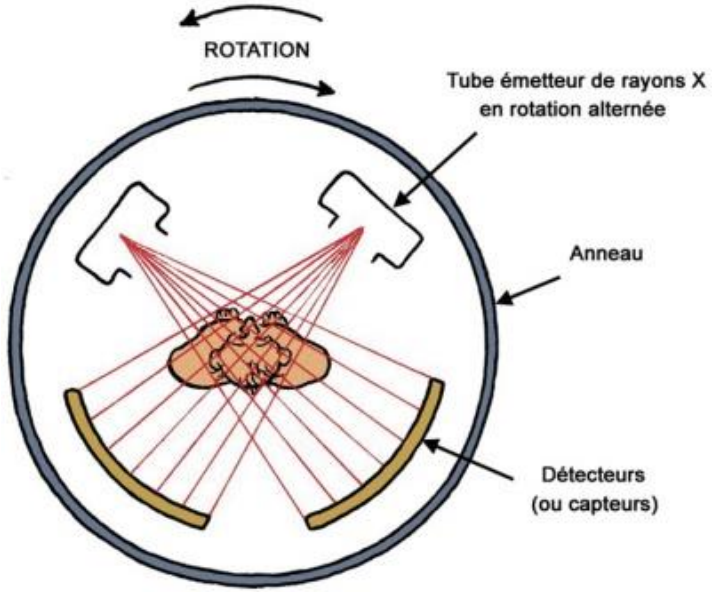
- **rayons X durs : 100 kV < U < 130 kV**
  radiographies du thorax

Tomodensitométrie X (ou scanner X ou TDM)

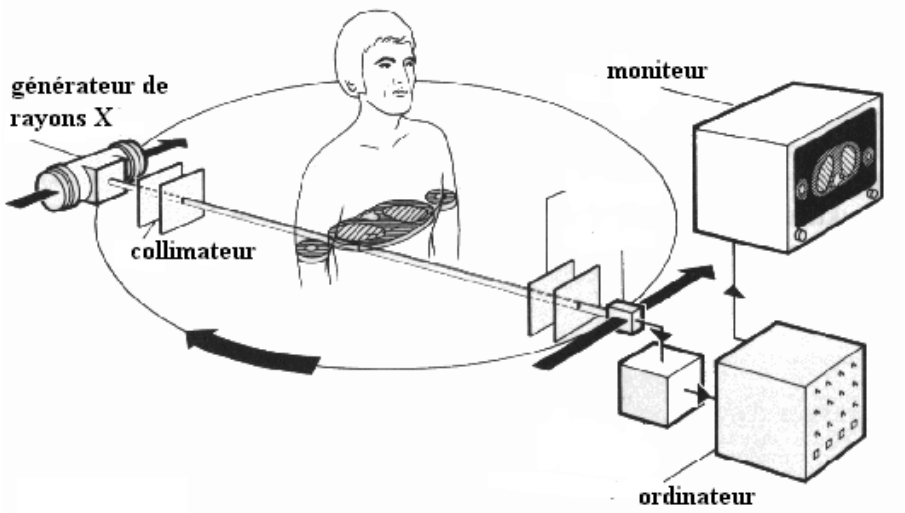
Scanner X = imagerie X en 3 dimensions (3D)

- rotation de la source X autour du patient
- Images de fines **coupes** de l'organisme : faisceau incident de très faible épaisseur
- Anneau de récepteurs (barrette) autour du patient pour mesurer l'absorption sous des angles différents
- reconstruction de **μ(x,y,z)** en 3D par un ordinateur





Tomodensitométrie X (ou scanner X ou TDM)



- **Voxel : petit élément de volume du tissu biologique analysé**

- **Image (ensemble des pixels) affichée sur l'écran de l'ordinateur avec des possibilités de traitement :**

  zoom sur une partie de l'image, filtrage, mesure des densités…

Caractéristiques techniques du scanner X

- **<u>épaisseur des coupes réglable</u>, entre le cm et le dixième de mm, par le collimateur de la source**
- **<u>Cas des scanners hélicoïdaux</u> : la table d'examen se déplace pendant la rotation de la source**
- **<u>Filtrage possible de l'image</u> à partir de l'expression des coefficients d'atténuation en Unités Hounsfield (UH)**

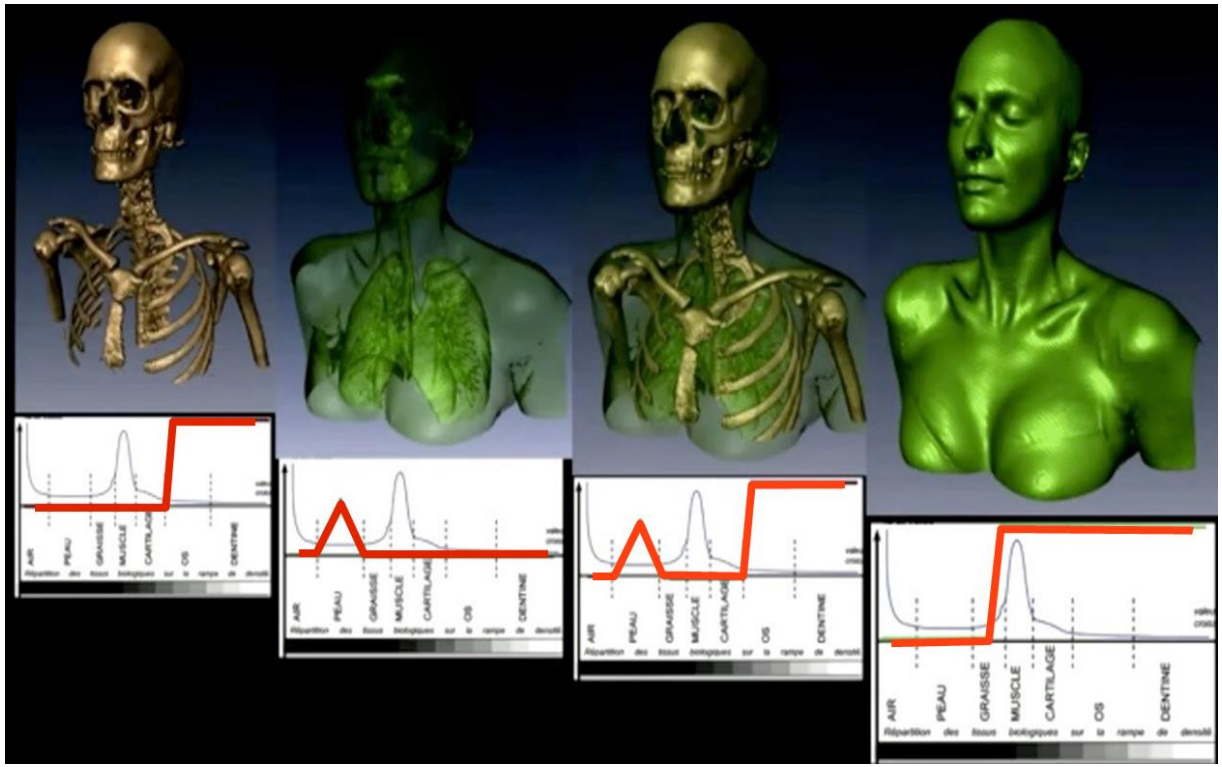
$$UH = 1000 \times \frac{\mu - \mu_{eau}}{\mu_{eau}}$$

Eau : 0 UH
Air : - 1000 UH
Graisse : - 100 UH
Poumon : - 700 UH
Os : entre 400 et + 1000 UH
Tissu mou : entre + 40 UH et + 80 UH

Scanner X : le fenêtrage

Exemples de filtrage numérique

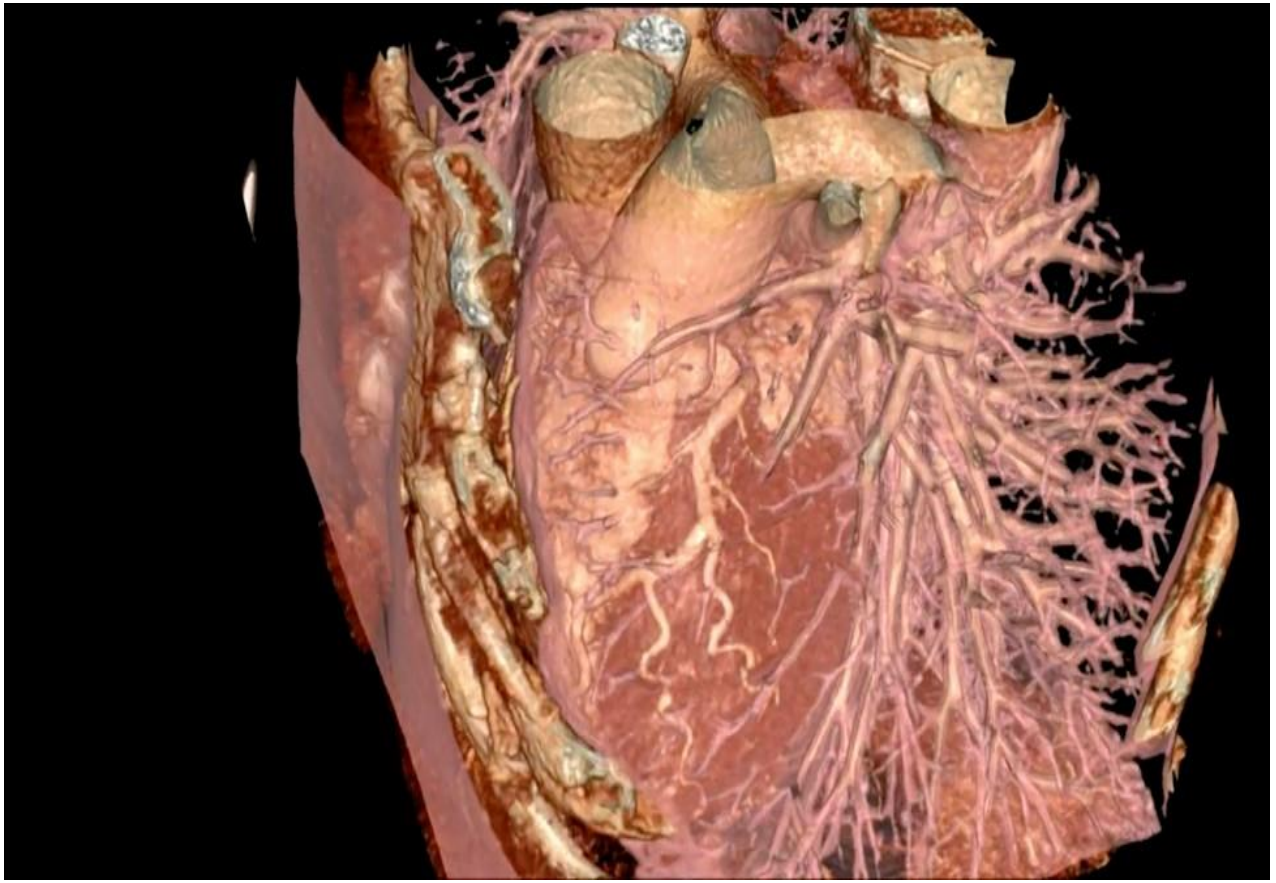
dans des bandes particulières de l'échelle UH (et du coefficient d'absorption μ)



Filtration des coefficients d'absorption de certains tissus :

air, peau, cartilage, muscle, os….

Scanner X : image 3D du coeur



MERCI POUR VOTRE ATTENTION

